

講演の予定

1日目: 非エルミートバンドの例外点と対称性

2日目: 平衡強相関系における準粒子と例外点

3日目: 強相関効果に対する例外点の安定性・不安定性

講演の予定

1日目: 非エルミートバンドの例外点と対称性

2日目: 平衡強相関系における準粒子と例外点

3日目: 強相関効果に対する例外点の安定性・不安定性

パラメータ空間における例外点を中心に議論

講演の予定(3日目)

～強相関効果に対する安定性・不安定性～

今回の概略と開放量子系

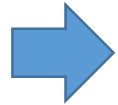
分類学における強相関効果(エルミート系)

例外点に対する強相関効果(カイラル対称性)

例外点に対する強相関効果(スピンパリティ対称性)

講演の予定(3日目)

～強相関効果に対する安定性・不安定性～



今回の概略と開放量子系

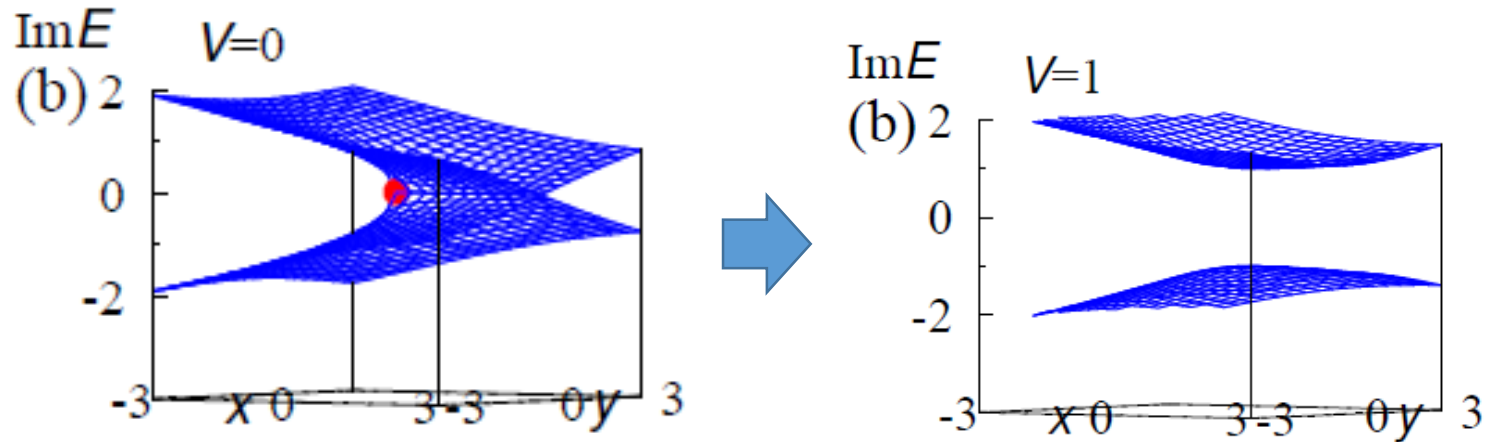
分類学における強相関効果(エルミート系)

例外点に対する強相関効果(カイラル対称性)

例外点に対する強相関効果(スピンパリティ対称性)

今回の概略: 例外点における強相関効果

自由粒子系の例外点のうちいくつかは粒子間相互作用に対し不安定である。



※安定なものも存在する。

これは自由粒子系の分類学が強相関効果によって変化することに起因する。

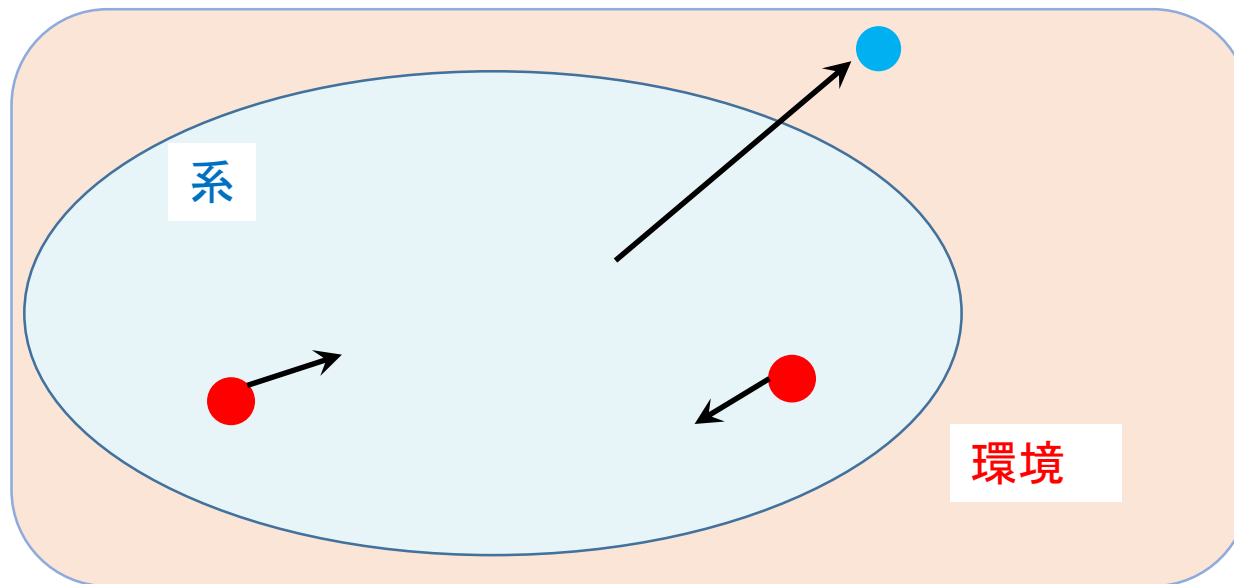
分類学のリダクション

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$$

自由粒子系 \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2 強相関系

cf) エルミートの場合:
Fidkowski-Kitaev PRB(2010)

開放量子系での非エルミートハミルトニアン



開放量子系の時間発展(Lindblad方程式)

一体ロス:

$$L_\alpha \rightarrow \sqrt{\gamma} c_i$$

$$\partial \rho = -i[H_0, \rho] + \sum_{\alpha} \left(L_{\alpha} \rho L_{\alpha}^{\dagger} - \frac{1}{2} \{L_{\alpha}^{\dagger} L_{\alpha}, \rho\} \right)$$

$\rho(t)$: 系の密度行列

H_0 : 系のハミルトニアン(エルミート)

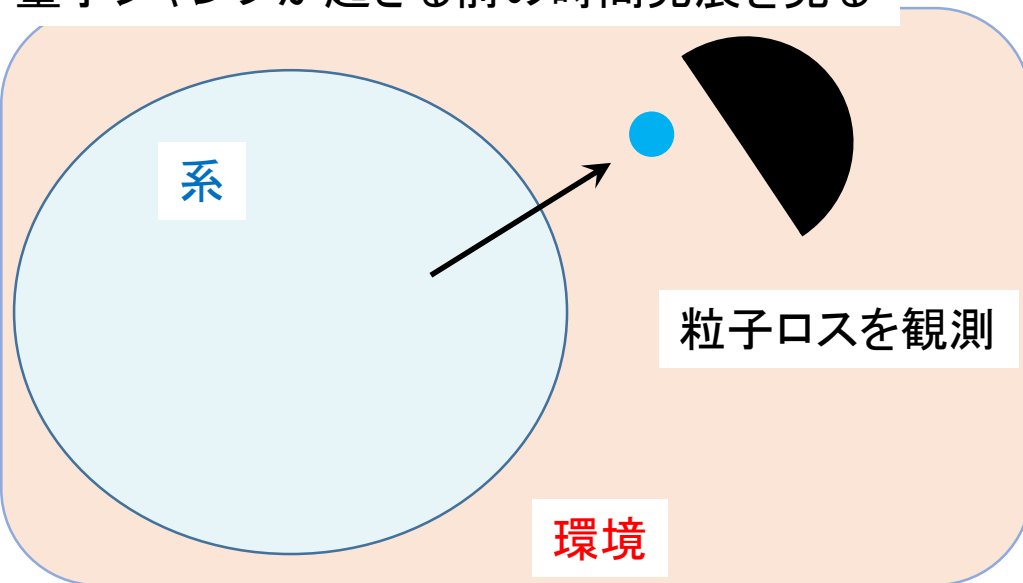
開放量子系での非エルミートハミルトニアン

開放量子系の時間発展

$$L_\alpha \rightarrow \sqrt{\gamma} c_i$$

$$\partial\rho = -i[H_0, \rho] + \sum_{\alpha} \left(L_\alpha \rho L_\alpha^\dagger - \frac{1}{2} \{L_\alpha^\dagger L_\alpha, \rho\} \right)$$

量子ジャンプが起きる前の時間発展を見る



開放量子系での非エルミートハミルトニアン

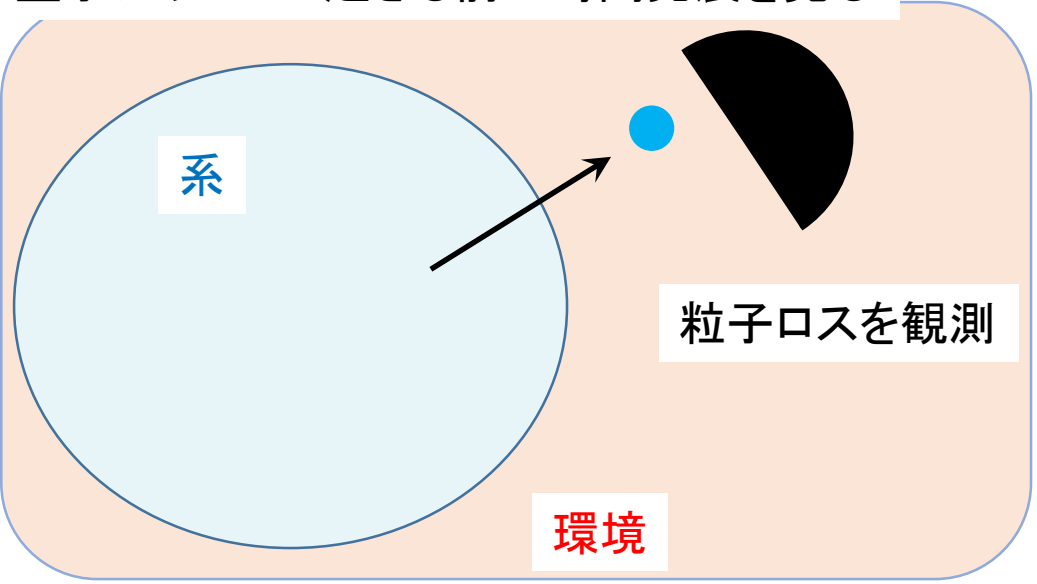
開放量子系の時間発展

$$L_\alpha \rightarrow \sqrt{\gamma} c_i$$

$$\partial \rho = -i[H_0, \rho] + \sum_{\alpha} \left(\cancel{L_\alpha \rho L_\alpha^\dagger} - \frac{1}{2} \{L_\alpha^\dagger L_\alpha, \rho\} \right)$$



量子ジャンプが起きる前の時間発展を見る



$$\partial_t \rho(t) = -i(H_{\text{eff}} \rho(t) - \rho(t) H_{\text{eff}}^\dagger)$$

$$H_{\text{eff}} = H_0 + \frac{i}{2} \sum_{\alpha} L_\alpha^\dagger L_\alpha$$

開放量子系での非エルミートハミルトニアン

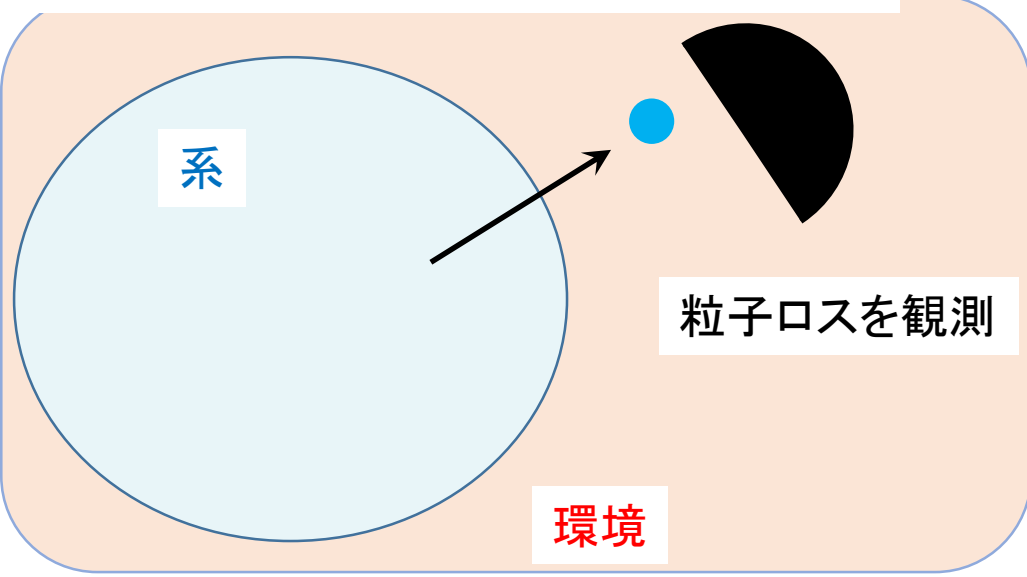
開放量子系の時間発展

$$L_\alpha \rightarrow \sqrt{\gamma} c_i$$

$$\partial \rho = -i[H_0, \rho] + \sum_{\alpha} \left(\cancel{L_\alpha \rho L_\alpha^\dagger} - \frac{1}{2} \{L_\alpha^\dagger L_\alpha, \rho\} \right)$$



量子ジャンプが起きる前の時間発展を見る



$$\partial_t \rho(t) = -i(H_{\text{eff}} \rho(t) - \rho(t) H_{\text{eff}}^\dagger)$$
$$H_{\text{eff}} = H_0 + \frac{i}{2} \sum_{\alpha} L_\alpha^\dagger L_\alpha$$



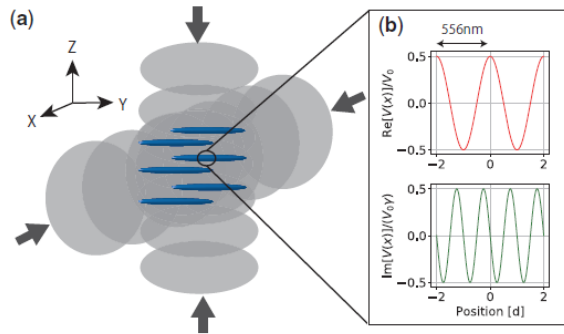
$$H_{\text{eff}} = H_0 - i \frac{\gamma}{2} \sum_j n_j$$

非エルミートハミルトニアン

開放量子系の具体例

ロスのある冷却原子系

1体ロス



Y. Takasu et al., PTEP(2020).

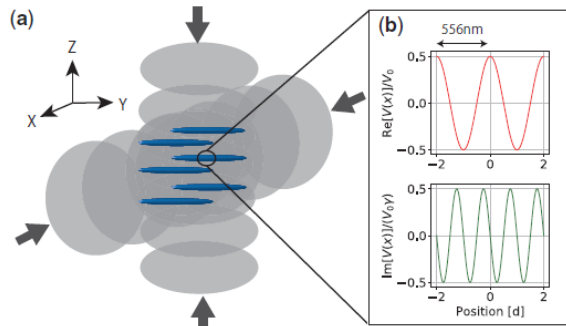
2体ロス:

T. Tomita et al, PRA(2019).

開放量子系の具体例

ロスのある冷却原子系

1体ロス

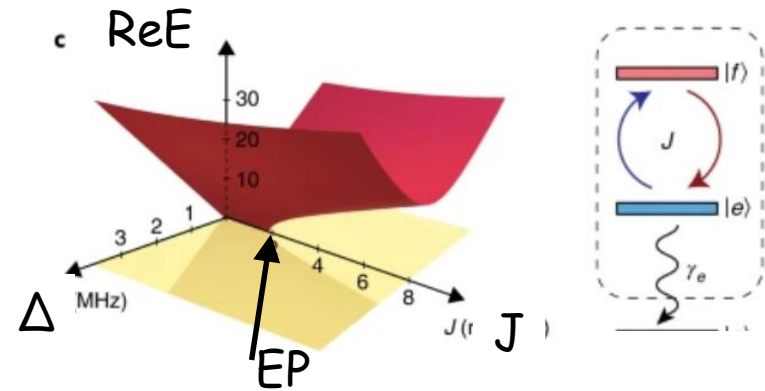


Y. Takasu et al., PTEP(2020).

2体ロス:

T. Tomita et al, PRA(2019).

超伝導キュービット (0D量子回路)



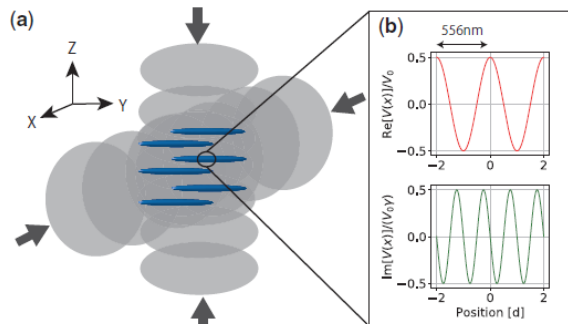
M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).

※これらの系は制御性が高く、多体の相互作用も導入可能

開放量子系の具体例

ロスのある冷却原子系

1体ロス

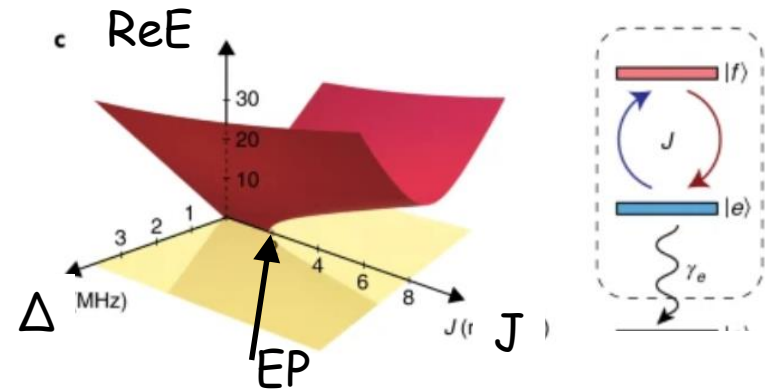


Y. Takasu et al., PTEP(2020).

2体ロス:

T. Tomita et al, PRA(2019).

超伝導キュービット (0D量子回路)



M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).

※これらの系は制御性が高く、多体の相互作用も導入可能

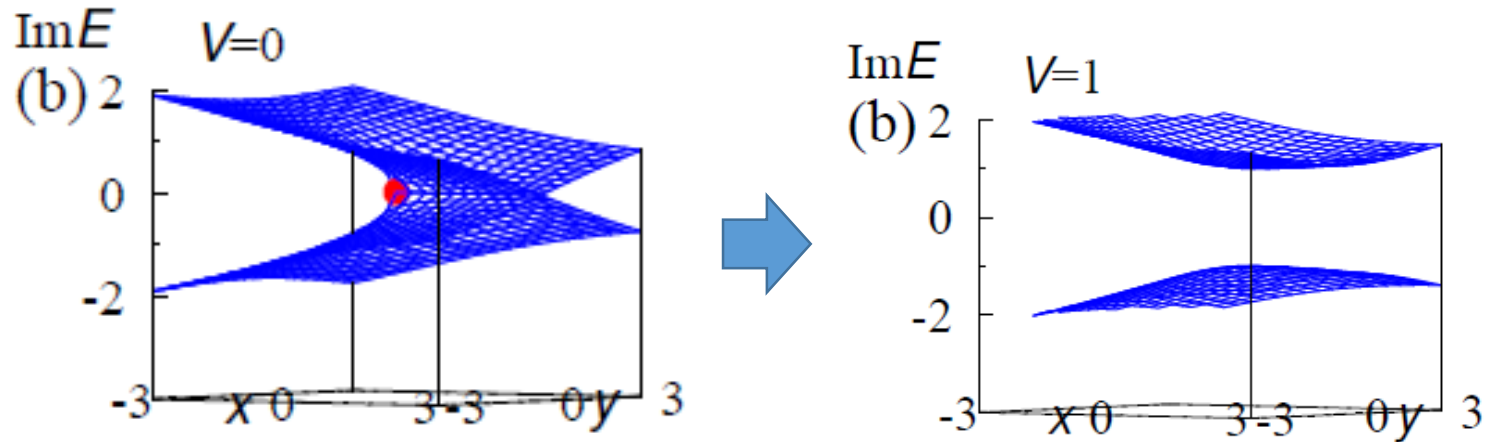
冷却原子系&量子回路

非エルミートポロジ―と強相関効果が織りなす物理の舞台を提供している

$$H_{\text{eff}} = H_0 + \frac{i}{2} \sum_{\alpha} L_{\alpha}^{\dagger} L_{\alpha}$$

今回の概略: 例外点における強相関効果

自由粒子系の例外点のうちいくつかは粒子間相互作用に対し不安定である。



※安定なものも存在する。

これは自由粒子系の分類学が強相関効果によって変化することに起因する。

分類学のリダクション

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$$

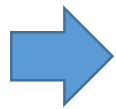
自由粒子系 \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2 強相関系

cf) エルミートの場合:
Fidkowski-Kitaev PRB(2010)

講演の予定(3日目)

～強相関効果に対する安定性・不安定性～

今回の概略と開放量子系



分類学における強相関効果(エルミート系)

例外点に対する強相関効果(カイラル対称性)

例外点に対する強相関効果(スピンパリティ対称性)

Correlations vs. Topology (Hermitian)

トポロジカル分類学のリダクション:

$$H = H^\dagger$$

(class AIII in 1D)

自由粒子系

$$\mathbb{Z}$$



相互作用系

$$\mathbb{Z}_4$$

Fidkowski-Kitaev
PRB(2010)

Correlations vs. Topology (Hermitian)

トポロジカル分類学のリダクション:

$$H = H^\dagger$$

(class AIII in 1D)

自由粒子系

$$\mathbb{Z}$$



相互作用系

$$\mathbb{Z}_4$$

Fidkowski-Kitaev
PRB(2010)



$W=4$ (topological)

\sim SSH chain $\times 4$

$W=0$ (trivial)

gap-closing

Correlations vs. Topology (Hermitian)

トポロジカル分類学のリダクション:

$$H = H^\dagger$$

(class AIII in 1D)

自由粒子系

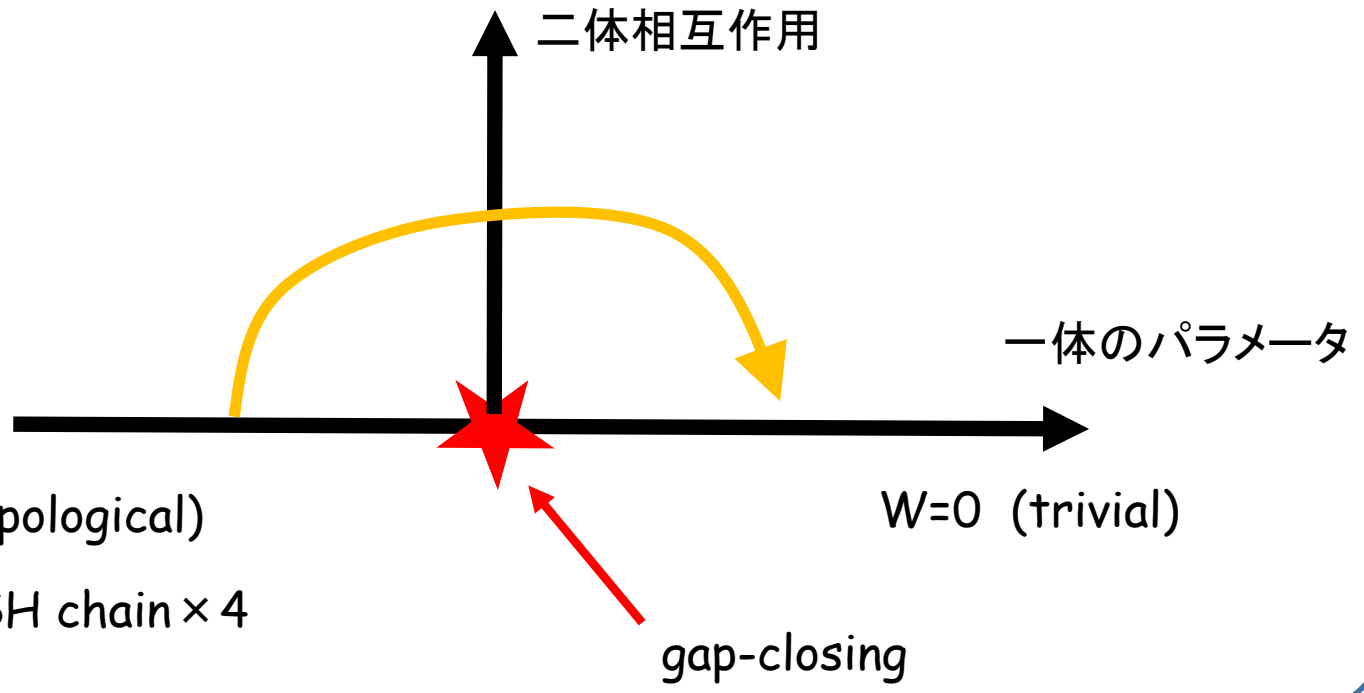
$$\mathbb{Z}$$



相互作用系

$$\mathbb{Z}_4$$

Fidkowski-Kitaev
PRB(2010)

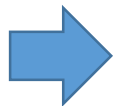


講演の予定(3日目)

～強相関効果に対する安定性・不安定性～

今回の概略と開放量子系

分類学における強相関効果(エルミート系)



例外点に対する強相関効果(カイラル対称性)

例外点に対する強相関効果(スピンパリティ対称性)

対称性に保護された

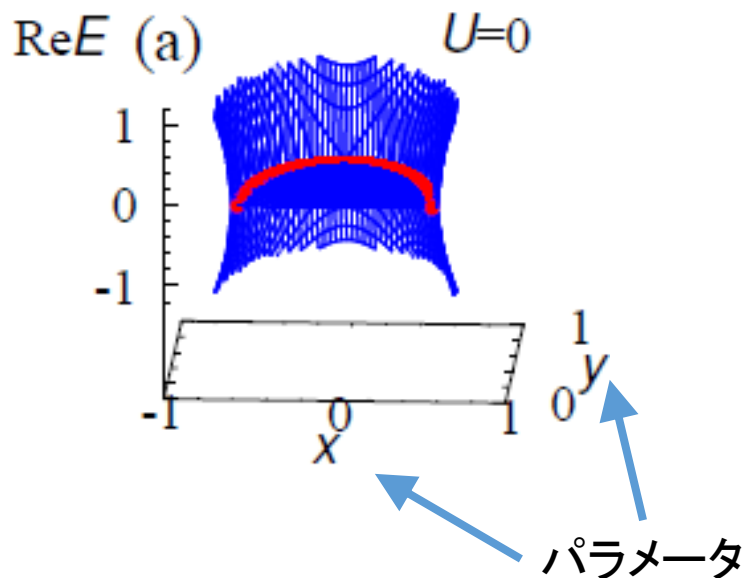
例外円における強相関効果(概略)

- ・パラメータ空間の例外点を考える
- ・分類学は相互作用によって変化する。

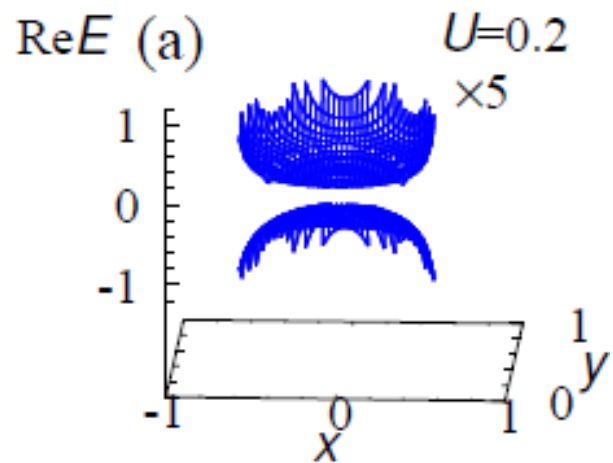
$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$$

- ・相互作用によって
カイラル対称性に保護された例外円は壊れる。

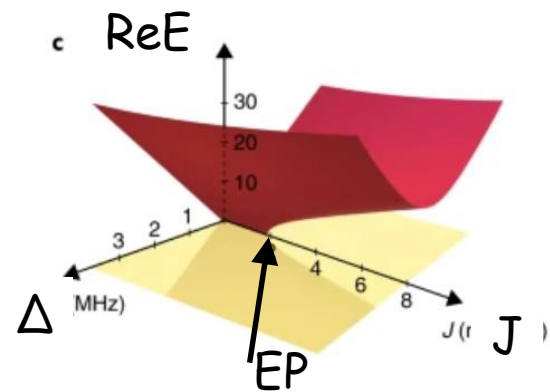
相互作用無し



相互作用有り



Qubitでの例外点



M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).

0D点ギャップトポロジーwithカイラル対称性 $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

\hat{H} : 多体ハミルトニアン
 $\hat{\Xi}$: time-reversal演算子 x particle-hole演算子

相互作用無しの多体ハミルトニアン

\mathbb{Z} のトポロジカル不変量 N_{0Ch}

0D点ギャップトポロジーwithカイラル対称性 $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0 \quad \begin{array}{l} \hat{H} : \text{多体ハミルトニアン} \\ \hat{\Xi} : \text{time-reversal演算子} \times \text{particle-hole演算子} \end{array}$$

相互作用無しの多体ハミルトニアン

\mathbb{Z} のトポロジカル不変量 N_{0Ch}

相互作用有の多体ハミルトニアン

\mathbb{Z}_2 のトポロジカル不変量 ν

\mathbb{Z} の不変量 N_{0Ch} の偶奇が \mathbb{Z}_2 の不変量 ν に対応(相互作用無し)

$$\nu = \text{sgn}(\det[i\hat{\Gamma}])(-1)^{N_{0Ch}}$$

0D点ギャップトポロジーwithカイラル対称性 $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

\hat{H} : 多体ハミルトニアン
 $\hat{\Xi}$: time-reversal演算子 x particle-hole演算子

相互作用無しの多体ハミルトニアン

\mathbb{Z} のトポロジカル不変量 N_{0Ch}

相互作用有の多体ハミルトニアン

\mathbb{Z}_2 のトポロジカル不変量 ν

\mathbb{Z} の不変量 N_{0Ch} の偶奇が \mathbb{Z}_2 の不変量 ν に対応(相互作用無し)

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

\hat{H} : 多体ハミルトニアン
 $\hat{\Xi}$: TRxPH

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン

Z不変量 $N_0\text{Ch}$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0 \quad \begin{array}{l} \hat{H} : \text{多体ハミルトニアン} \\ \hat{\Xi} : \text{TRxPH} \end{array}$$

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン

Z不変量 $N_0\text{Ch}$



相互作用**無し**の場合 $\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$

相互作用**無し**の場合に課される拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0 \quad \begin{array}{l} \hat{H} : \text{多体ハミルトニアン} \\ \hat{\Xi} : \text{TRxPH} \end{array}$$

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン

Z不変量 $N_{0\text{Ch}}$



相互作用**無し**の場合 $\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$

相互作用**無し**の場合に課される拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

Zの不変量 $N_{0\text{Ch}}$

エルミート行列 $\hat{H}_{0\Gamma}$ の負の固有値の数

$$\hat{H}_{0\Gamma} = i \left(\hat{H}_0 - E_{\text{ref}} \mathbb{1} \right) \hat{\Gamma}$$

$$E_{\text{ref}} \in i\mathbb{R}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

相互作用無し



$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$$

拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

相互作用無し



$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$$

拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

1体のハミルトニアンに対する条件

$$\xi h^\dagger \xi = -h \quad \xi = \text{diag}(1, \dots, 1 | -1, \dots, -1)$$

$$\hat{\Xi} \hat{\Psi}_\alpha^\dagger \hat{\Xi}^{-1} = \xi_{\alpha\beta} \hat{\Psi}_\beta$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

相互作用無し



$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$$

拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

1体のハミルトニアンに対する条件

$$\xi h^\dagger \xi = -h$$

$$\xi = \text{diag}(1, \dots, 1 | -1, \dots, -1)$$

$$\hat{\Xi} \hat{\Psi}_\alpha^\dagger \hat{\Xi}^{-1} = \xi_{\alpha\beta} \hat{\Psi}_\beta$$

エルミートパート

$$\xi h_H \xi = -h_H,$$

反エルミートパート

$$\xi h_A \xi = h_A,$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

相互作用無し



$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$$

拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

1体のハミルトニアンに対する条件

$$\xi h^\dagger \xi = -h$$

$$\xi = \text{diag}(1, \dots, 1 | -1, \dots, -1)$$

$$\hat{\Xi} \hat{\Psi}_\alpha^\dagger \hat{\Xi}^{-1} = \xi_{\alpha\beta} \hat{\Psi}_\beta$$

エルミートパート

$$\xi h_H \xi = -h_H,$$

反エルミートパート

$$\xi h_A \xi = h_A,$$

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_{0H} + \hat{H}_{0A}$$

$$\hat{H}_{0H} = \Psi^\dagger h_H \Psi$$

$\hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$ と反交換

$$h_H = \begin{pmatrix} & * \\ * & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix}$$

\hat{H}_{0H} “-”カイラリティのフェルミオンの数を1だけ変える。

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

相互作用無し



$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$$

拘束条件

$$\hat{H}_0 = -\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma} \quad \hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$$

1体のハミルトニアンに対する条件

$$\xi h^\dagger \xi = -h$$

$$\xi = \text{diag}(1, \dots, 1 | -1, \dots, -1)$$

$$\hat{\Xi} \hat{\Psi}_\alpha^\dagger \hat{\Xi}^{-1} = \xi_{\alpha\beta} \hat{\Psi}_\beta$$

エルミートパート

$$\xi h_H \xi = -h_H,$$

反エルミートパート

$$\xi h_A \xi = h_A,$$

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_{0H} + \hat{H}_{0A}$$

$$\hat{H}_{0H} = \Psi^\dagger h_H \Psi$$

$\hat{\Gamma} = (-1)^{\hat{N}_-}$ と反交換

$$h_H = \begin{pmatrix} & * \\ - & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} + \\ - \end{pmatrix}$$

\hat{H}_{0H} "-"カイラリティのフェルミオンの数を1だけ変える。

$$\hat{H}_{0A} = \Psi^\dagger h_A \Psi$$

$\hat{\Gamma}$ と可換

0D点ギャップトポロジーwithカイラル対称性 $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0 \quad \begin{array}{l} \hat{H} : \text{多体ハミルトニアン} \\ \hat{\Xi} : \text{time-reversal演算子} \times \text{particle-hole演算子} \end{array}$$



相互作用無しの多体ハミルトニアン

\mathbb{Z} のトポロジカル不変量 N_{0Ch}

相互作用有の多体ハミルトニアン

\mathbb{Z}_2 のトポロジカル不変量 ν

\mathbb{Z} の不変量 N_{0Ch} の偶奇が \mathbb{Z}_2 の不変量 ν に対応(相互作用無し)

$$\nu = \text{sgn}(\det[i\hat{\Gamma}])(-1)^{N_{0Ch}}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

\hat{H} : 多体ハミルトニアン
 $\hat{\Xi}$: TRxPH

相互作用**有り**のハミルトニアン

Z2-invariant ν

$$\hat{H}_0 = \cancel{-\hat{\Gamma}} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0$$

\hat{H} : 多体ハミルトニアン
 $\hat{\Xi}$: TRxPH

相互作用有りのハミルトニアン

Z2-invariant ν

Z2-不変量 ν

$$\nu = \text{sgn} \left(\det[\hat{H} - E_{\text{ref}} \mathbb{1}] \right)$$

$$E_{\text{ref}} \in \mathbb{R}$$

$$\hat{H}_0 = \hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0 \quad \begin{array}{l} \hat{H} : \text{多体ハミルトニアン} \\ \hat{\Xi} : \text{TRxPH} \end{array}$$

相互作用**有り**のハミルトニアン

Z2-invariant ν

Z2-不変量 ν

$$\nu = \text{sgn} \left(\det[\hat{H} - E_{\text{ref}} \mathbb{1}] \right)$$

$$E_{\text{ref}} \in \mathbb{R}$$

$$\hat{H}_0 = \cancel{-\hat{\Gamma} \hat{H}_0^\dagger \hat{\Gamma}}$$

上記のZ2不変量は相互作用が無い場合にも計算できる。

$$(-1)^{N_{\text{Och}}} = \text{sgn} \left(\det[\hat{H}_{0\Gamma}] \right)$$

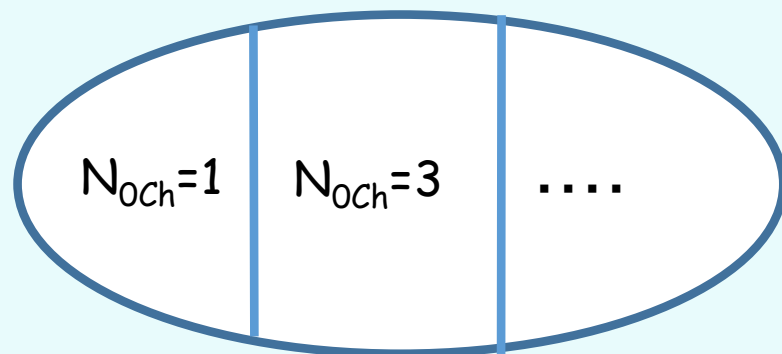
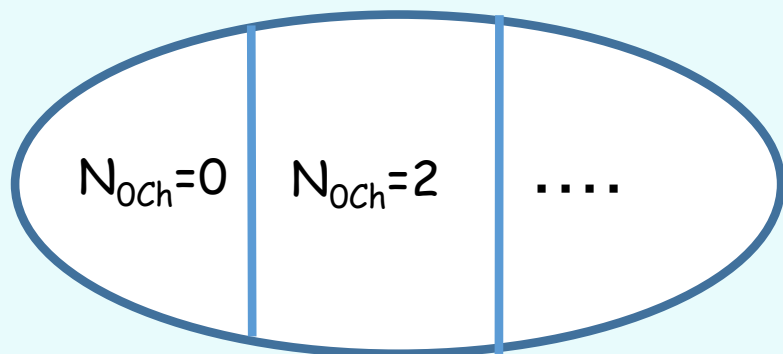
$$= \nu \text{sgn} \left(\det[i\hat{\Gamma}] \right)$$

$$\hat{H}_{0\Gamma} = i\hat{H}_0\hat{\Gamma}$$

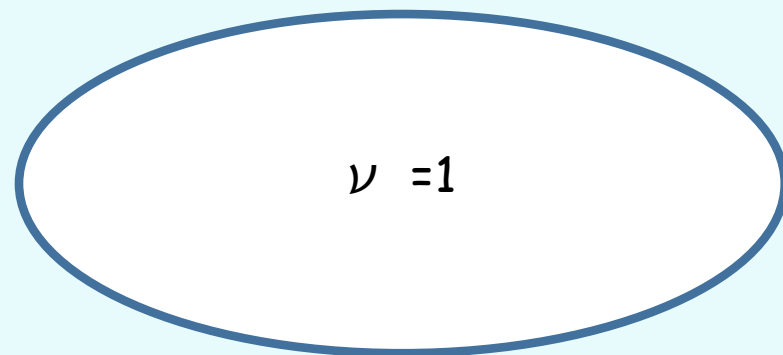
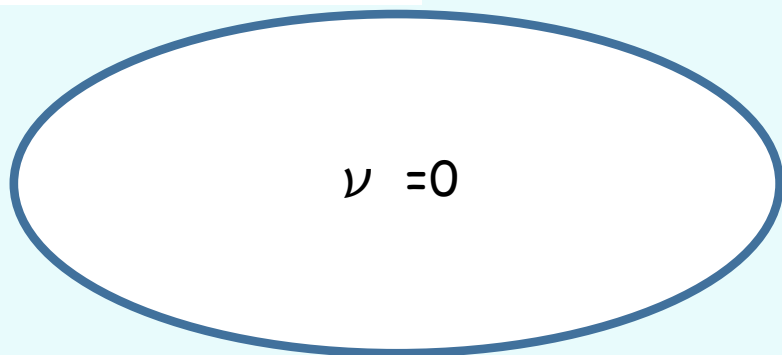
相互作用の無い場合,
 $E_{\text{ref}}=0$ と選ぶと N_{Och} の偶奇が ν に対応する。

N_{och} の偶奇が ν に一致 ($E_{\text{ref}}=0$ の場合)

相互作用無し: \mathbb{Z} -分類



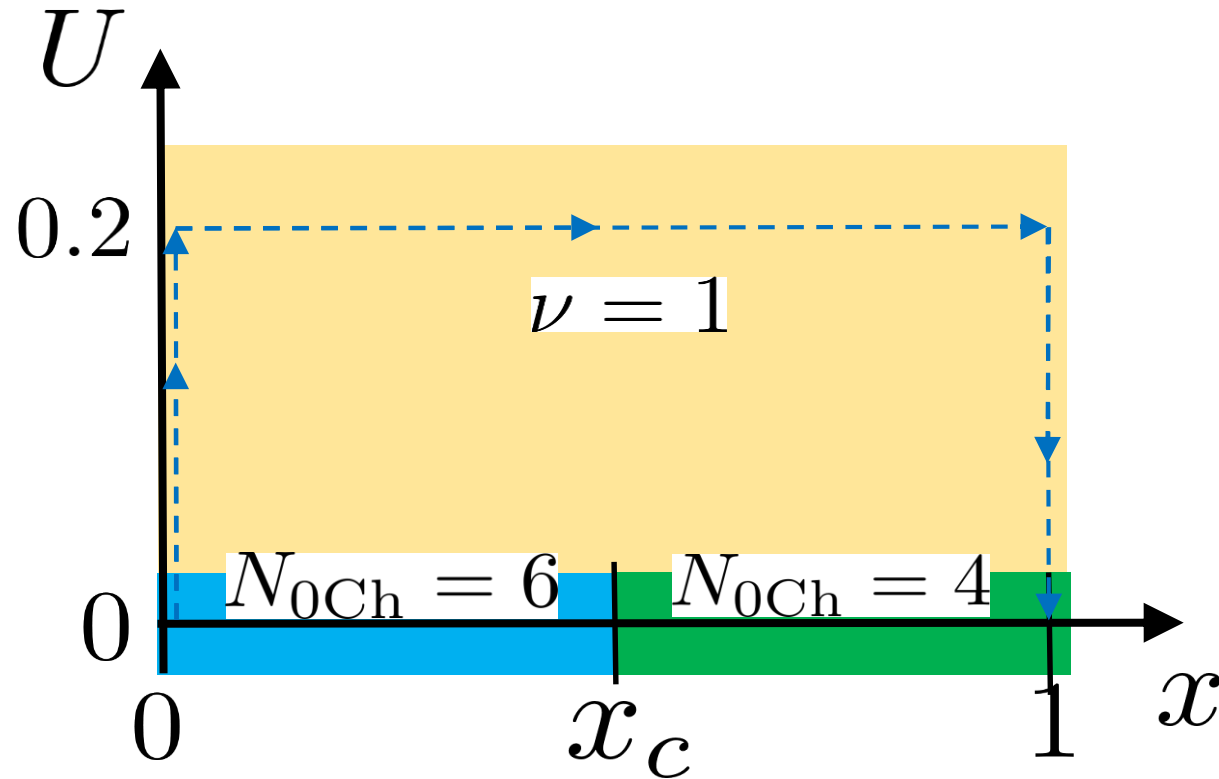
相互作用有り: \mathbb{Z}_2 -分類



相互作用による分類学のリダクション $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$

トポロジカル分類学のリダクション

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$$



$N_{0\text{Ch}}$ が偶数だけ異なるトポロジカル相は点ギャップを閉じずに移り変わることができる。

Model (カイラル対称性のある量子ドット)

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}} \quad \text{---} \quad x, \beta, U, \gamma_\sigma \in \mathbb{R}$$

$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi} + \sum_{\sigma=1,0,-1} i\gamma_\sigma \left(\hat{n}_{a\sigma} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = U \sum_{l=a,b} \left(\hat{n}_{l1} - \frac{1}{2} \right) \left(\hat{n}_{l-1} - \frac{1}{2} \right)$$

$$h = \left(\begin{array}{cc|cc|cc} 2i\beta & \mathcal{X} & & & & & \\ \mathcal{X} & -2i\beta & & & & & \\ \hline & & \frac{3}{2}i\beta & 2\mathcal{X} & & & \\ & & 2\mathcal{X} & -\frac{3}{2}i\beta & & & \\ \hline & & & & i\beta & 3\mathcal{X} & \\ & & & & 3\mathcal{X} & -i\beta & \end{array} \right)$$

$$\hat{\Psi} \rightarrow \begin{pmatrix} \hat{c}_{1a} \\ \hat{c}_{1b} \\ \hat{c}_{0a} \\ \hat{c}_{0b} \\ \hat{c}_{-1a} \\ \hat{c}_{-1b} \end{pmatrix}$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}$$

$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi} + \sum_{\sigma=1,0,-1} i\gamma_\sigma \left(\hat{n}_{a\sigma} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = U \sum_{l=a,b} \left(\hat{n}_{l1} - \frac{1}{2} \right) \left(\hat{n}_{l-1} - \frac{1}{2} \right)$$

$$h = \begin{pmatrix} 2i\beta & \mathcal{X} & & & & \\ \mathcal{X} & -2i\beta & & & & \\ & & \frac{3}{2}i\beta & 2\mathcal{X} & & \\ & & 2\mathcal{X} & -\frac{3}{2}i\beta & & \\ & & & & i\beta & 3\mathcal{X} \\ & & & & 3\mathcal{X} & -i\beta \end{pmatrix}$$

$$\xi h^\dagger \xi = -h$$

$x, \beta, U, \gamma_\sigma \in \mathbb{R}$

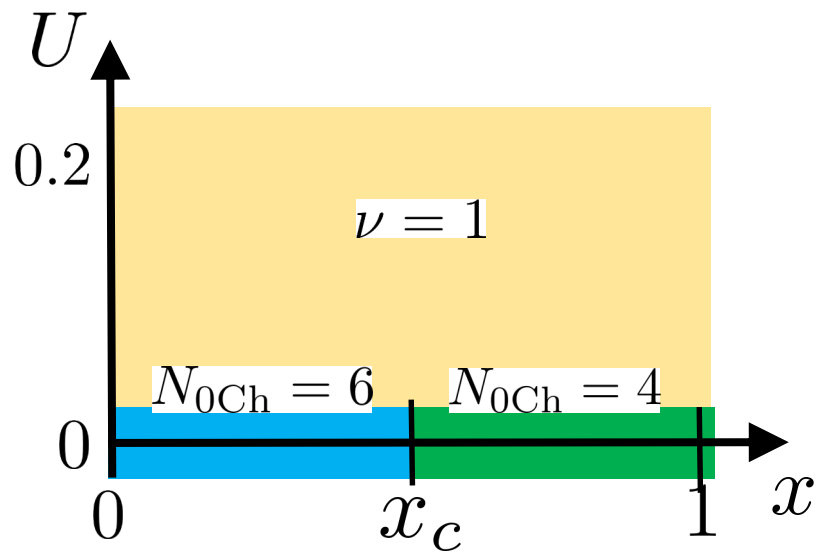
カイラル対称性

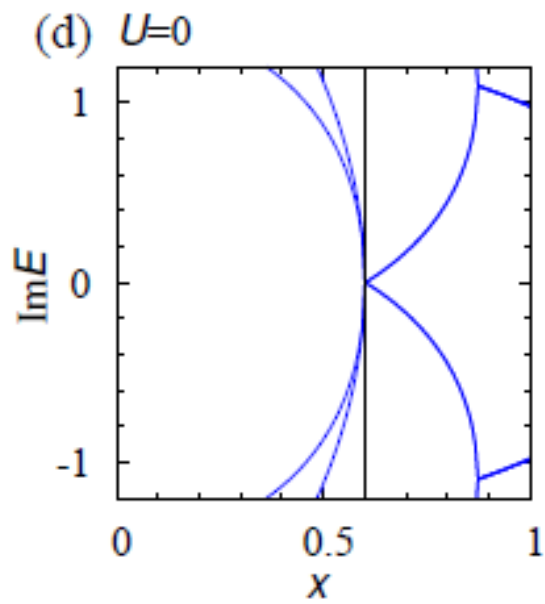
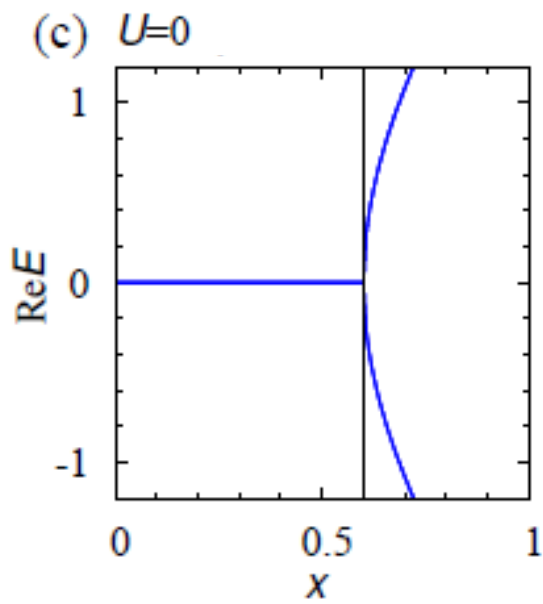
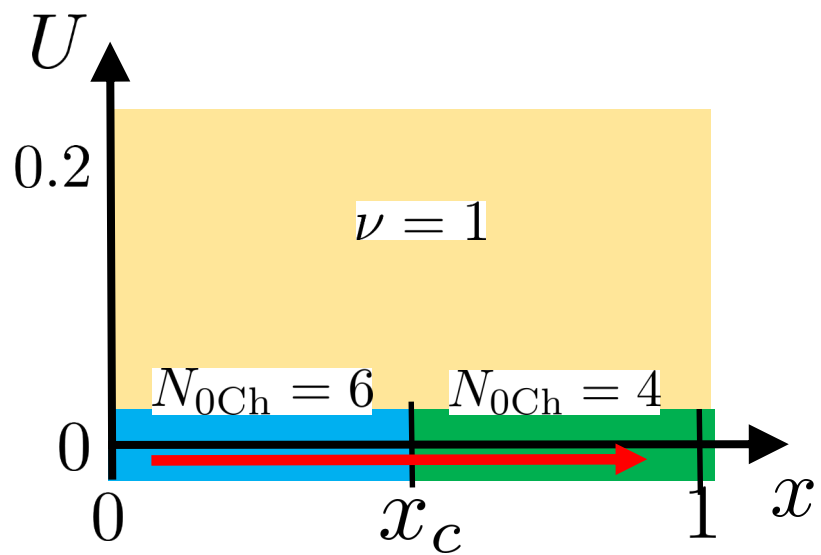
$$\hat{\Xi} \left(\hat{n}_{l\sigma} - \frac{1}{2} \right) \hat{\Xi}^{-1} = - \left(\hat{n}_{l\sigma} - \frac{1}{2} \right)$$

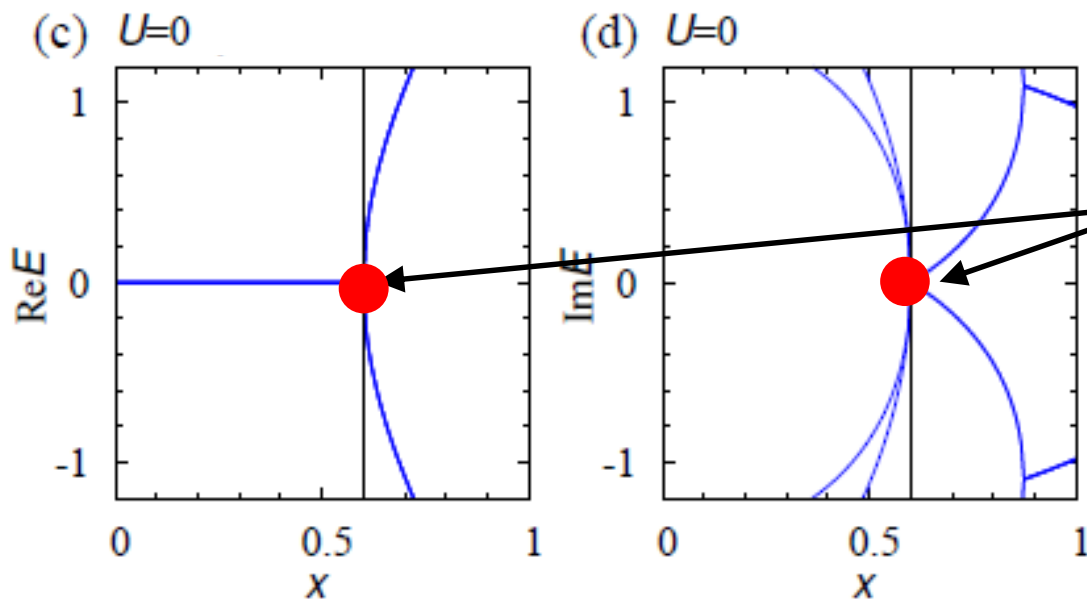
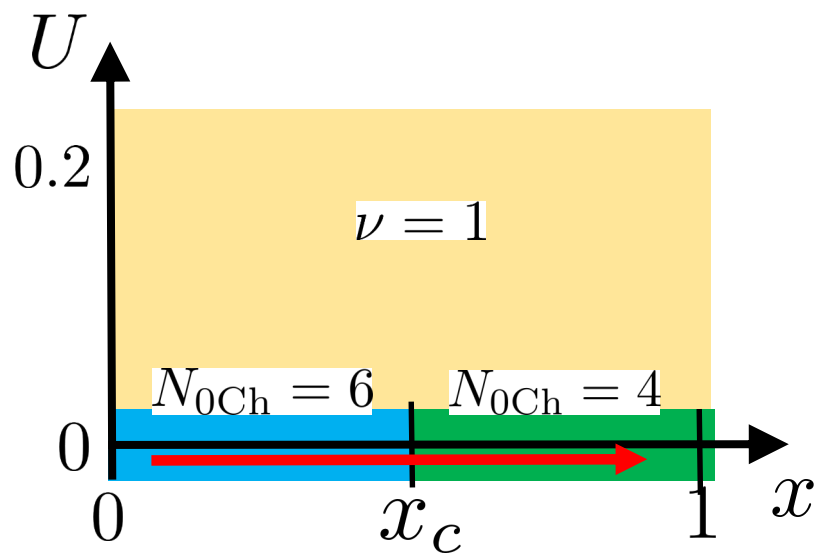
$$[\hat{H}, \hat{\Xi}]_c = 0 \quad \hat{\Xi}^2 = \mathbb{1} \quad \hat{\Xi} : \text{TR} \times \text{PH}$$

$$\hat{\Xi} \begin{pmatrix} \hat{c}_{1a}^\dagger \\ \hat{c}_{1b}^\dagger \\ \hline \hat{c}_{0a}^\dagger \\ \hat{c}_{0b}^\dagger \\ \hline \hat{c}_{-1a}^\dagger \\ \hat{c}_{-1b}^\dagger \end{pmatrix} \hat{\Xi}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ & -1 & & & & \\ \hline & & 1 & & & \\ & & & -1 & & \\ \hline & & & & 1 & \\ & & & & & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}_{1a}^\dagger \\ \hat{c}_{1b}^\dagger \\ \hline \hat{c}_{0a}^\dagger \\ \hat{c}_{0b}^\dagger \\ \hline \hat{c}_{-1a}^\dagger \\ \hat{c}_{-1b}^\dagger \end{pmatrix}$$

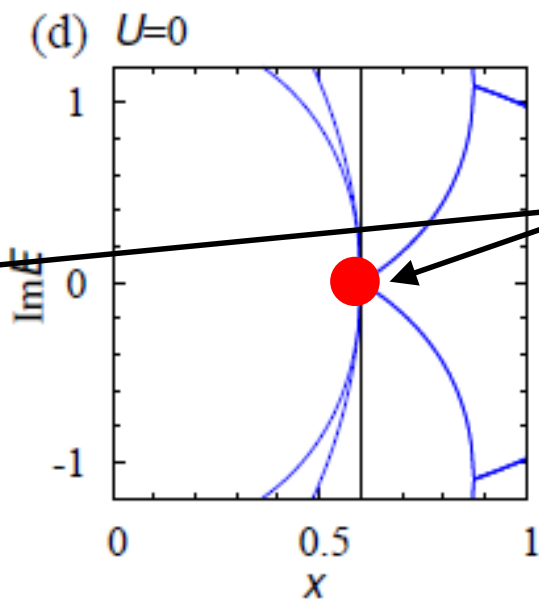
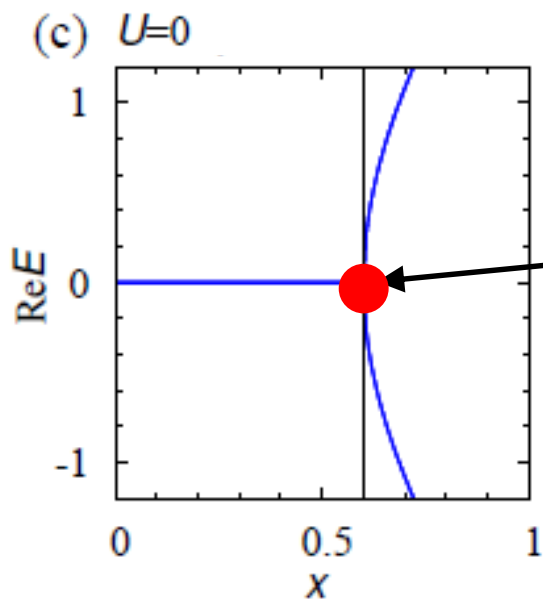
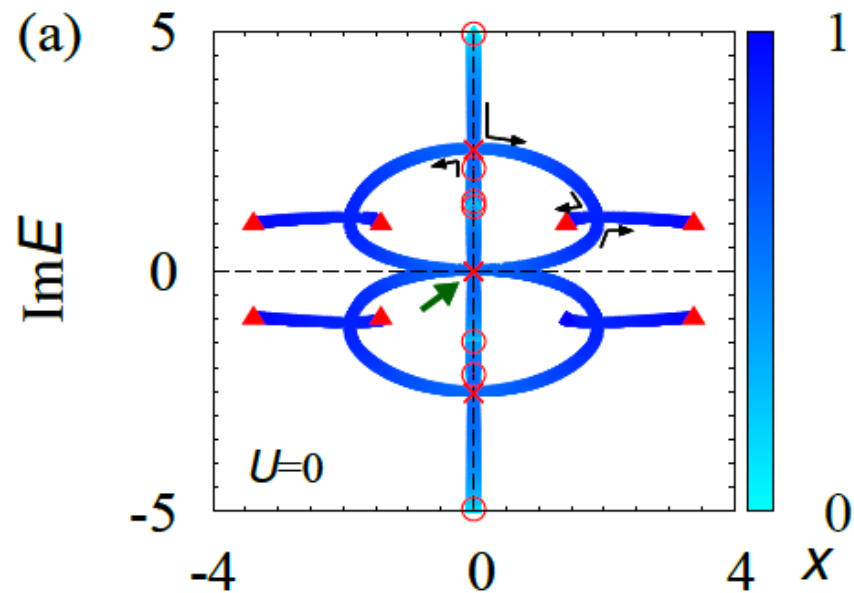
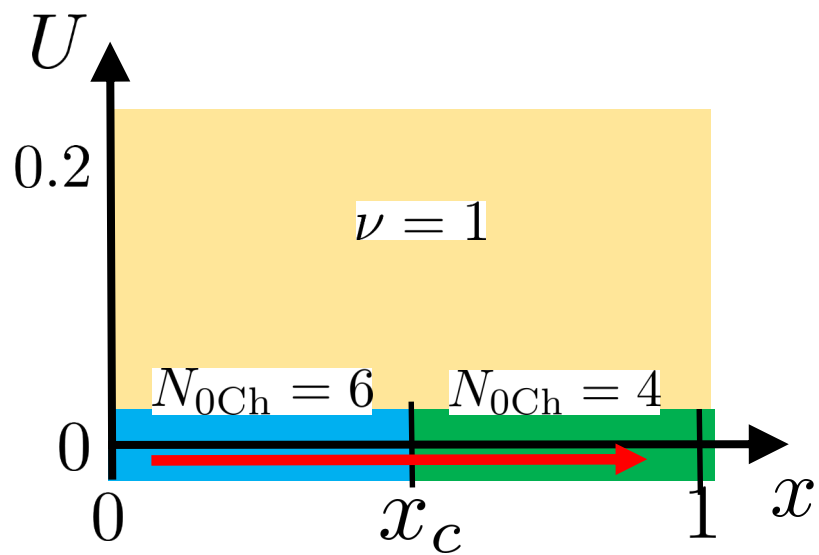
ξ (arrow pointing to the second matrix)



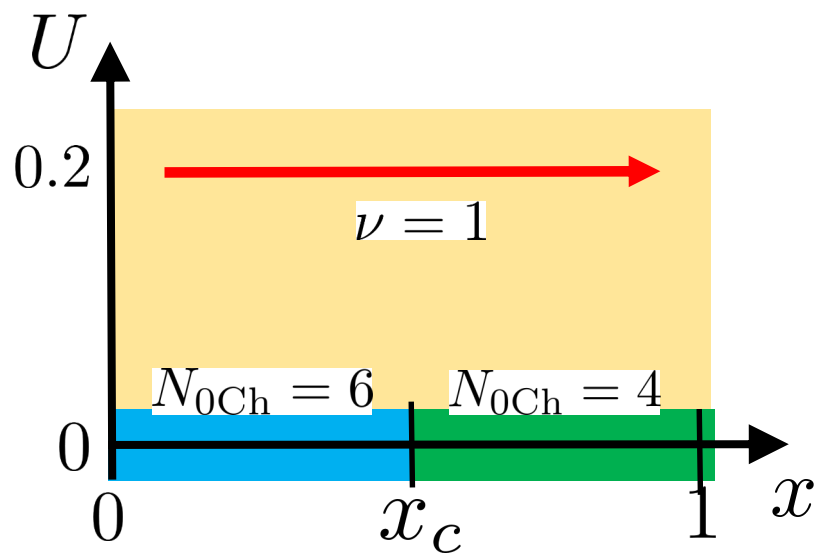




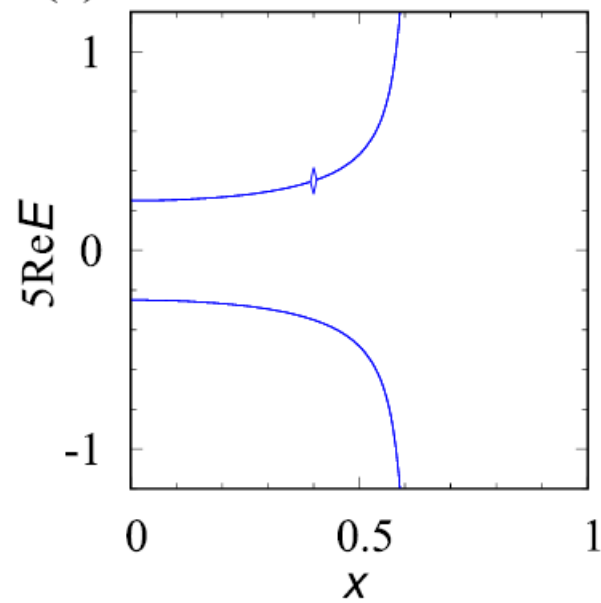
$x \sim 0.6$ で
 点ギャップ@ $E_{\text{ref}}=0$
 が閉じる
 (例外点の発現)



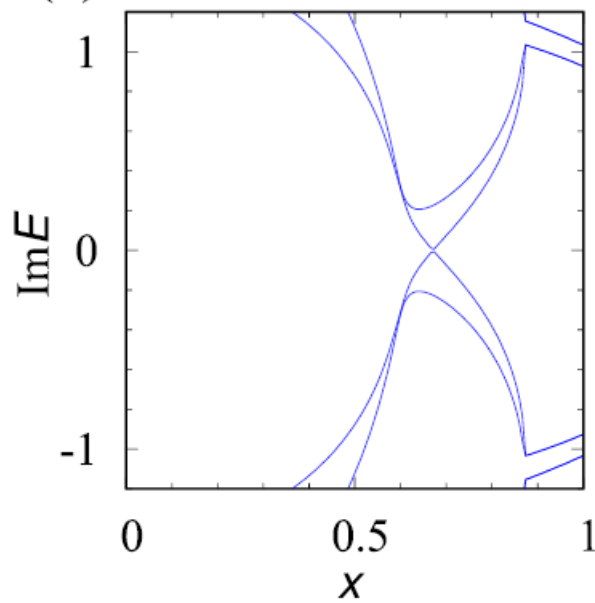
$x \sim 0.6$ で
 点ギャップ@ $E_{\text{ref}}=0$
 が閉じる
 (例外点の発現)

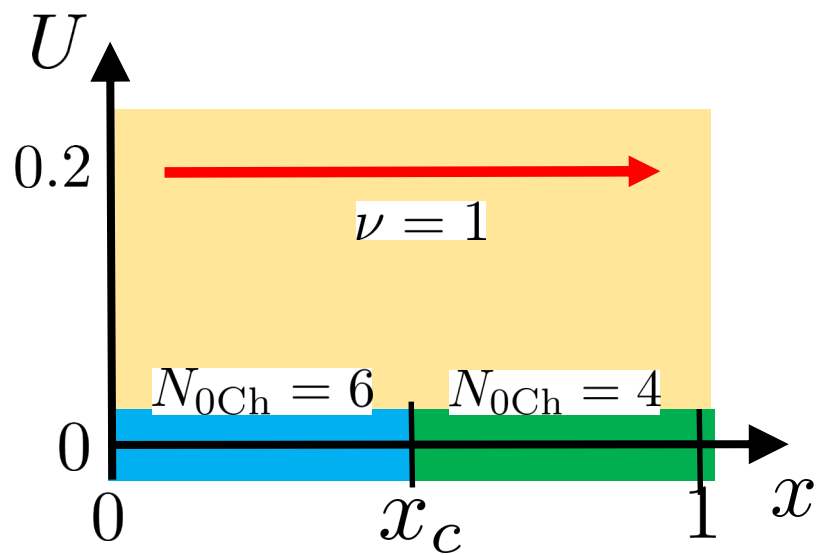


(c) $U=0.2$ $y=0$

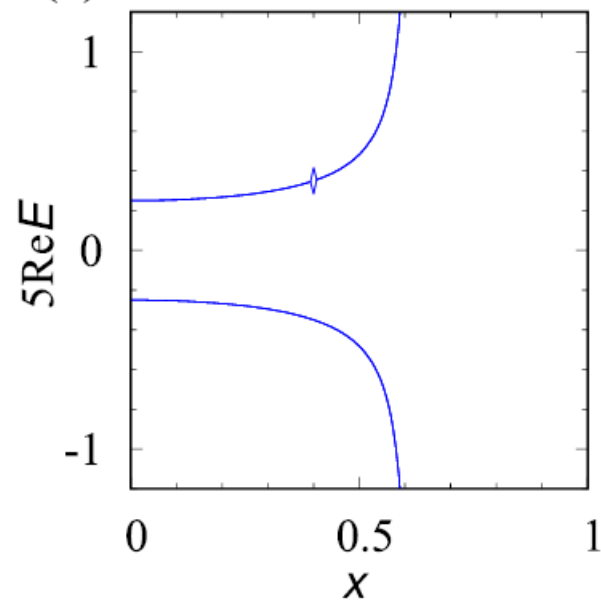


(d) $U=0.2$ $y=0$

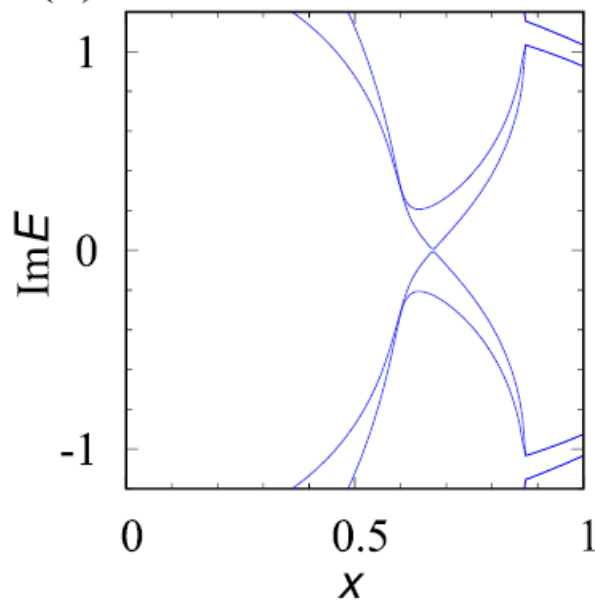




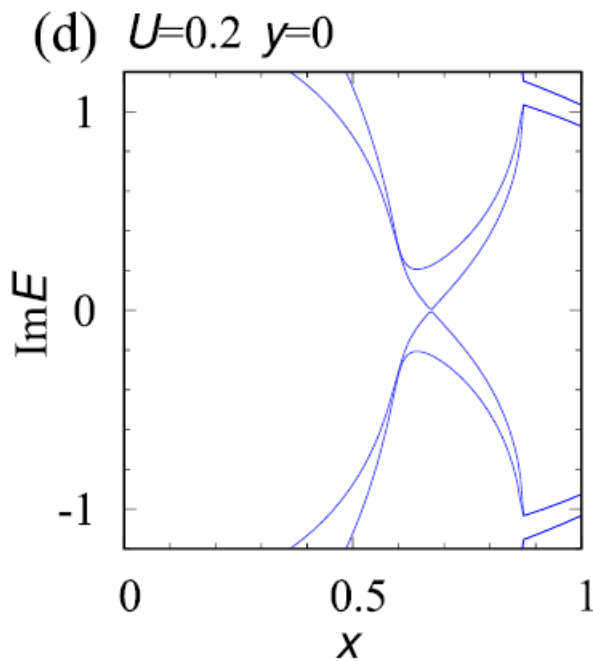
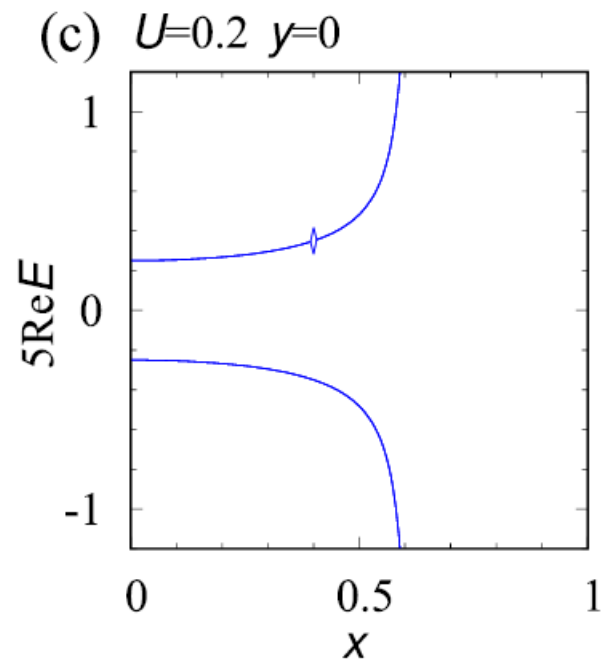
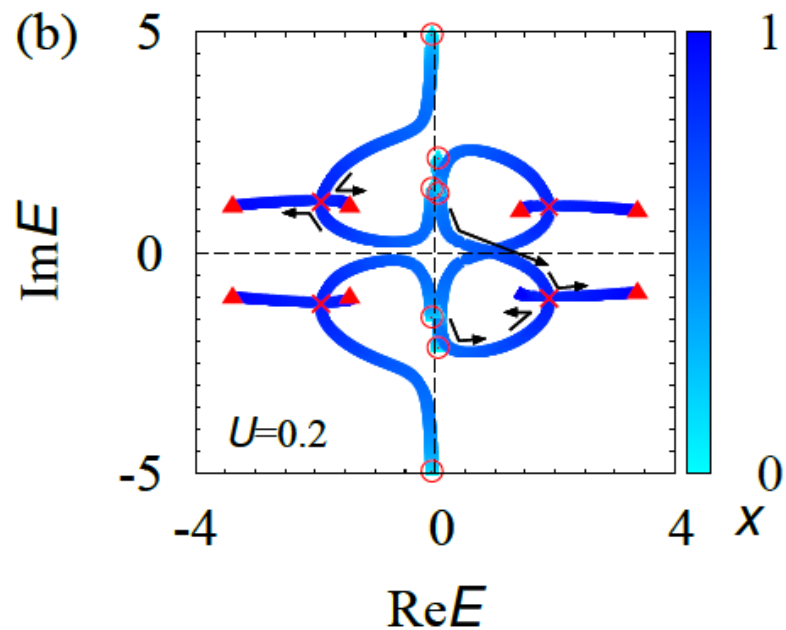
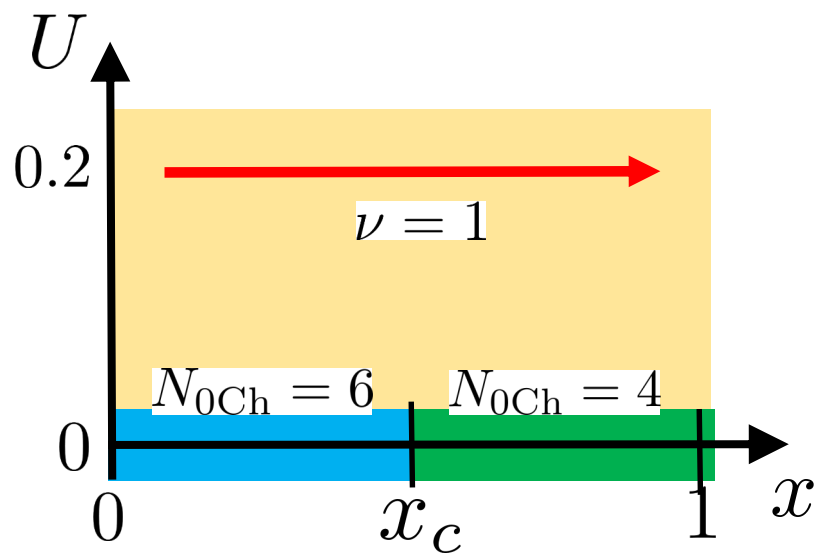
(c) $U=0.2$ $y=0$



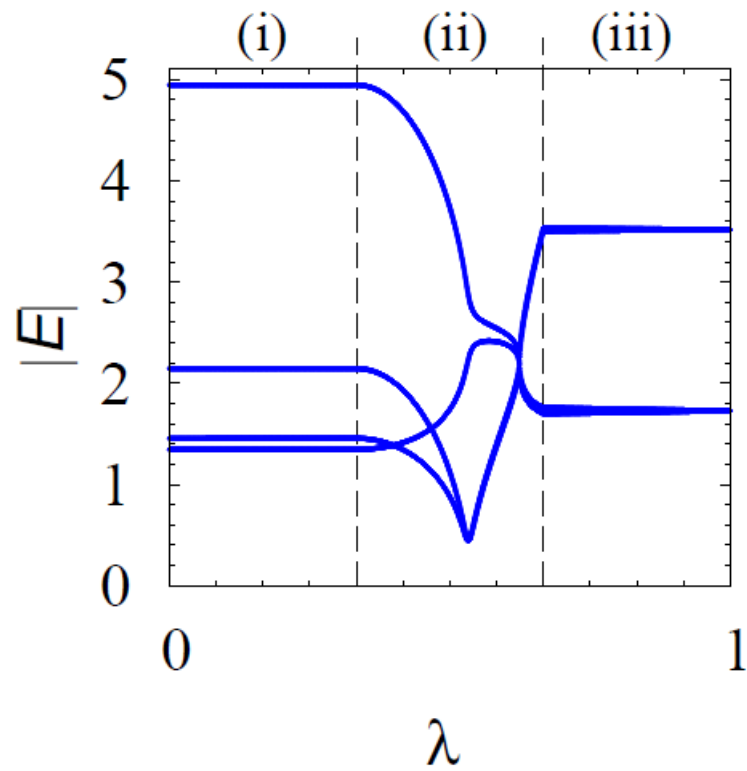
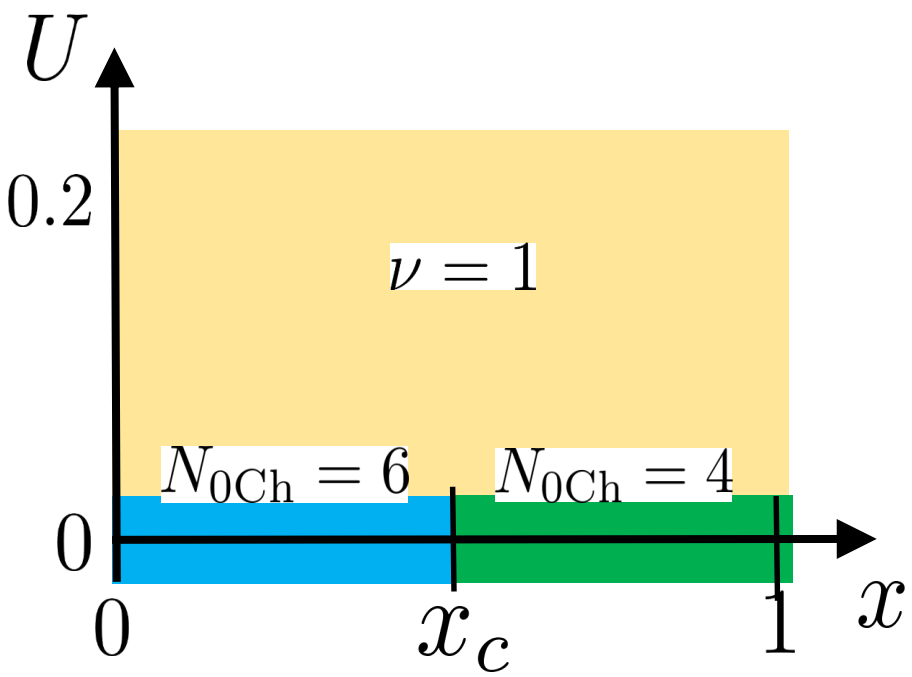
(d) $U=0.2$ $y=0$

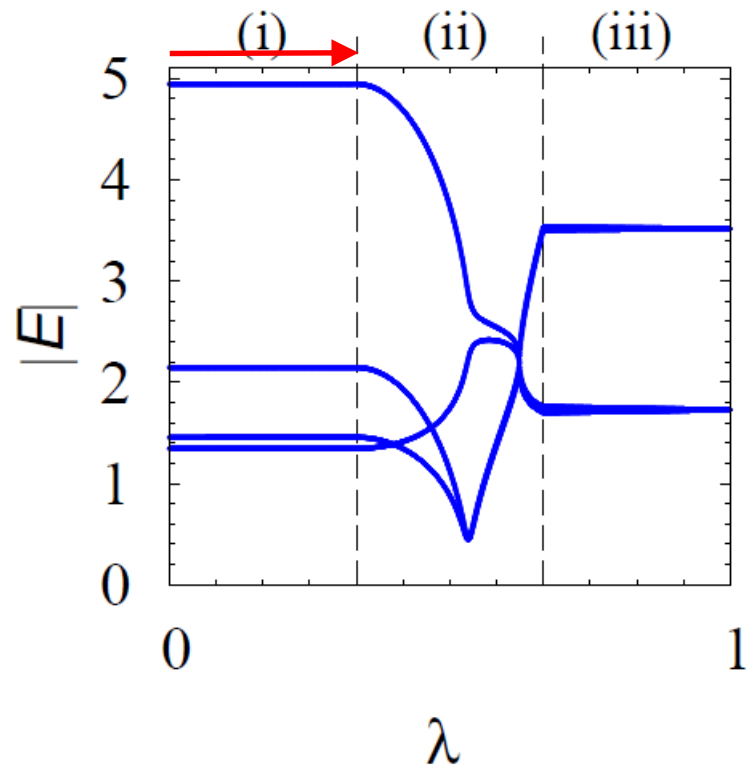
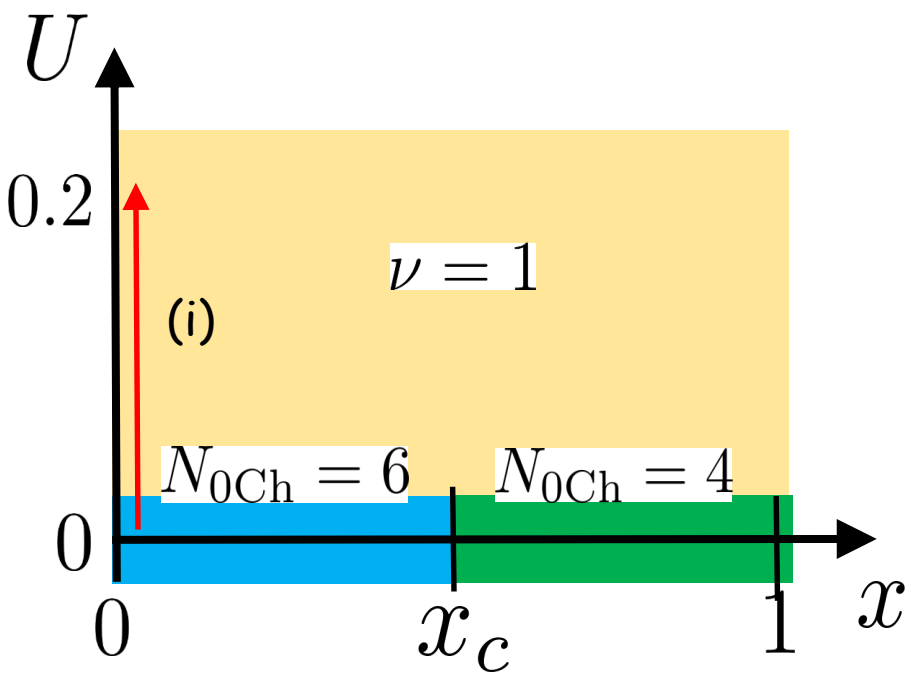


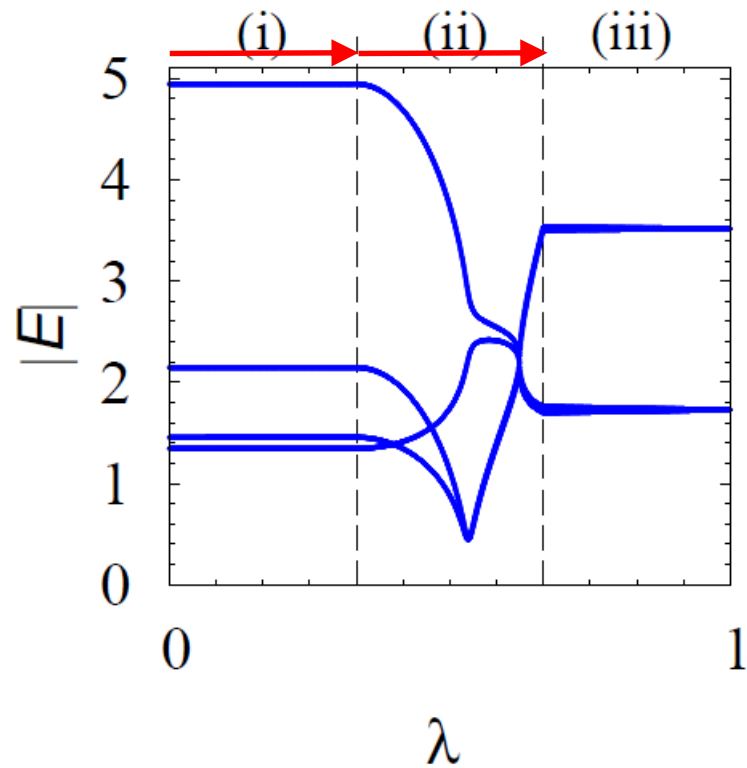
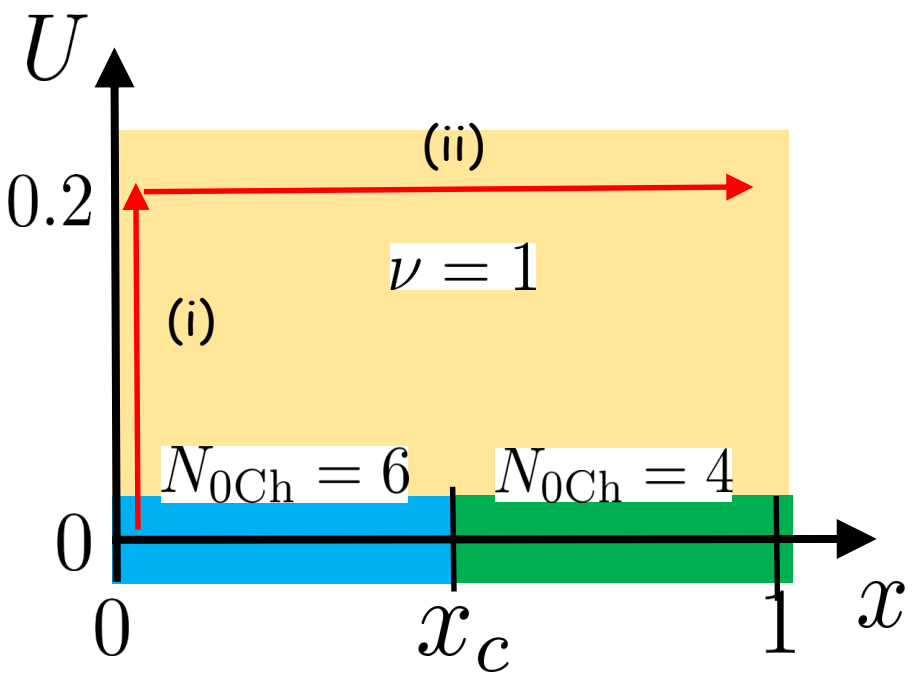
点ギャップ@ $E_{ref}=0$ は開いたまま。

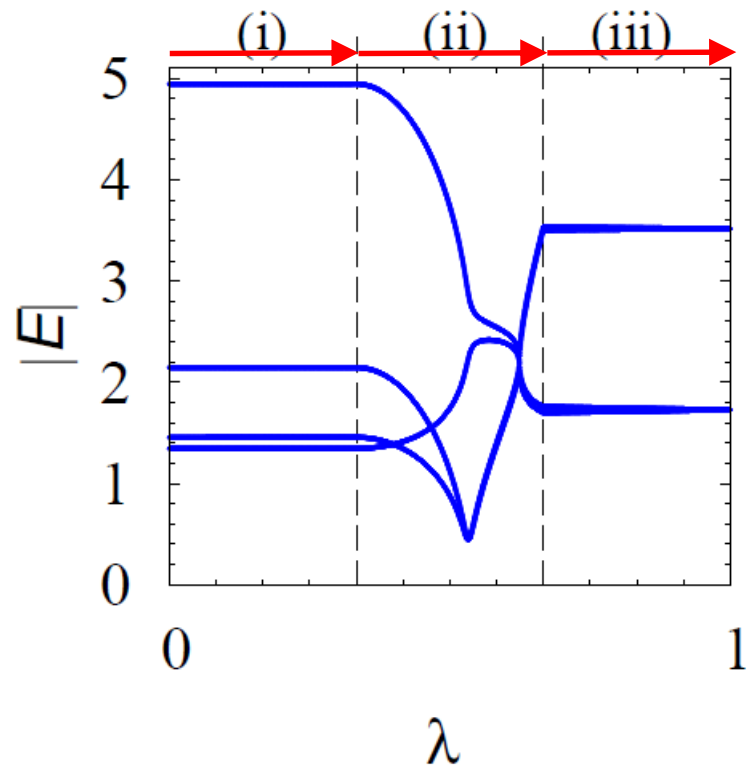
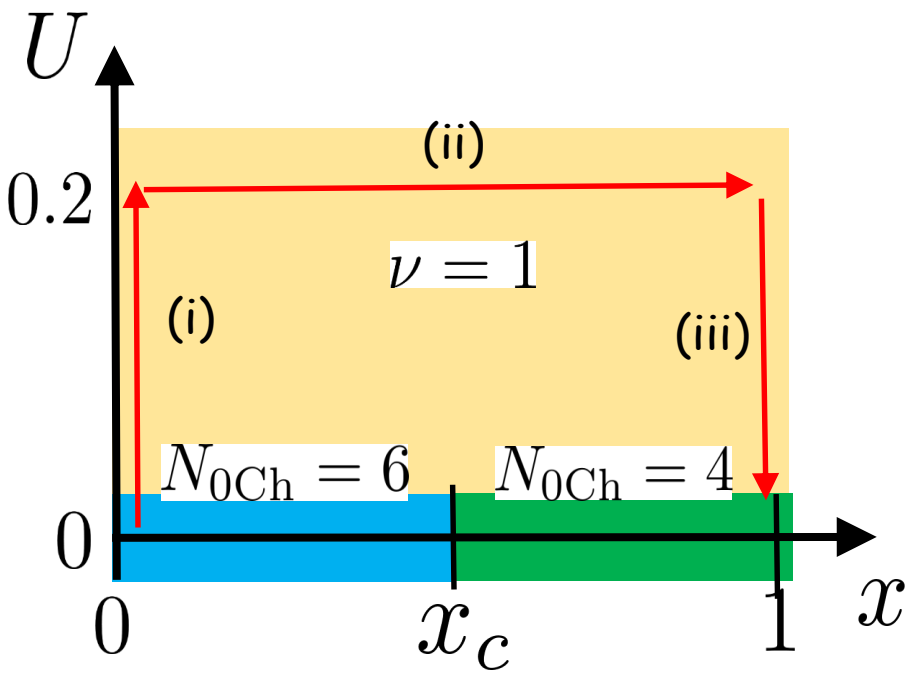


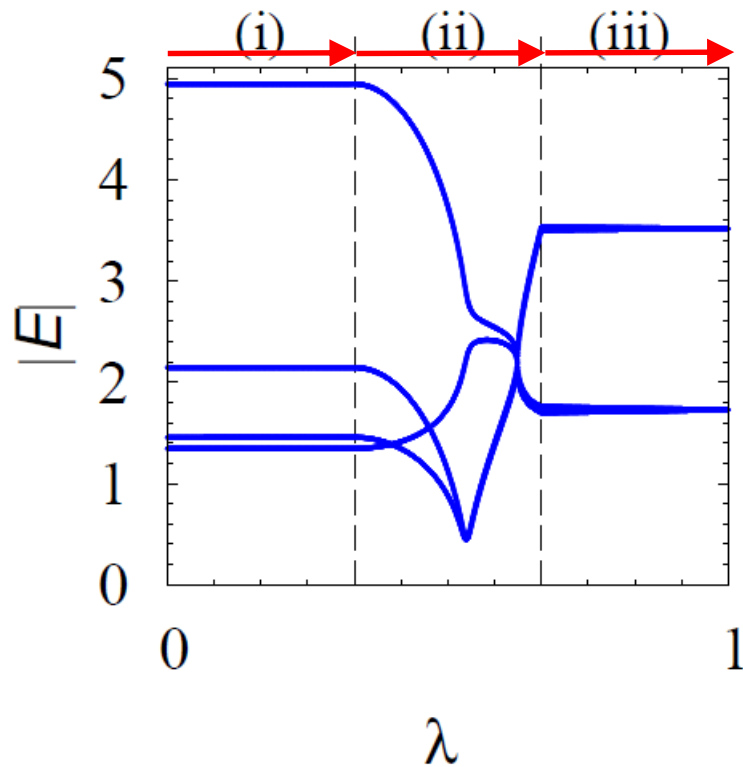
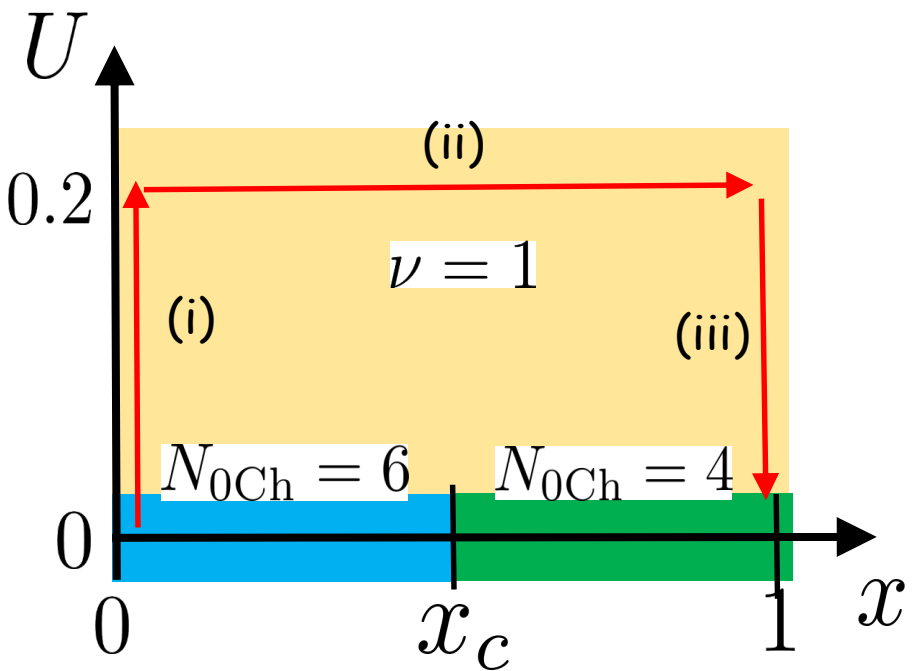
点ギャップ@ $E_{ref}=0$ は開いたまま。





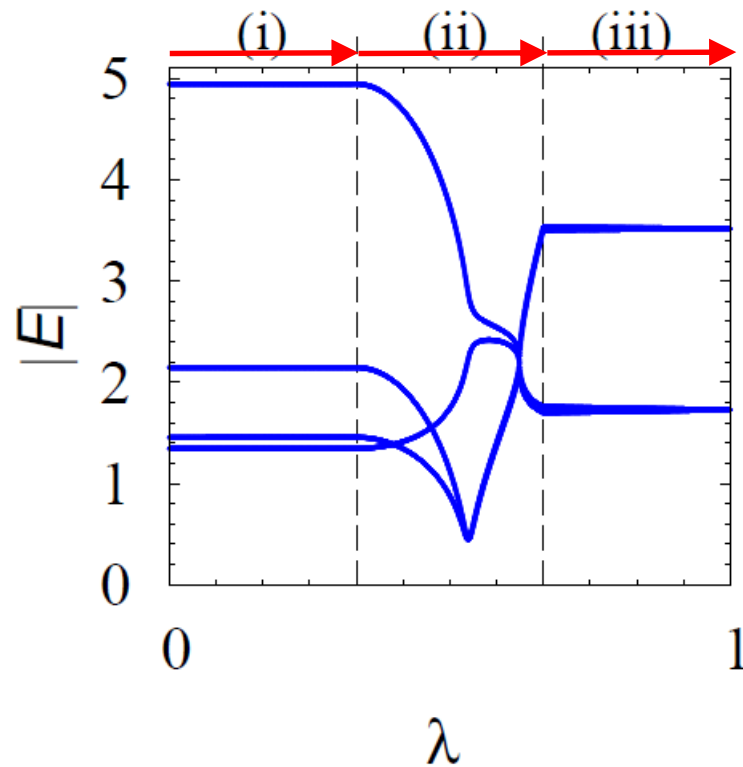
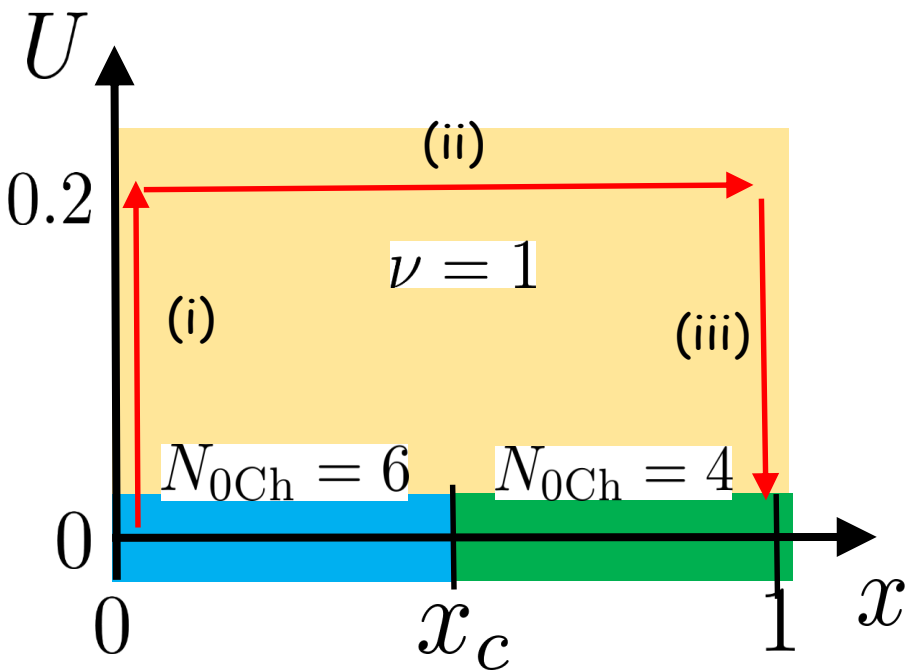






N_{0Ch} が偶数だけ異なるトポロジカル相は点ギャップを閉じずに移り変わることができる。

トポロジカル分類学のリダクション $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$



$N_{0\text{Ch}}$ が偶数だけ異なるトポロジカル相は点ギャップを閉じずに移り変わることができる。

トポロジカル分類学のリダクション $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$

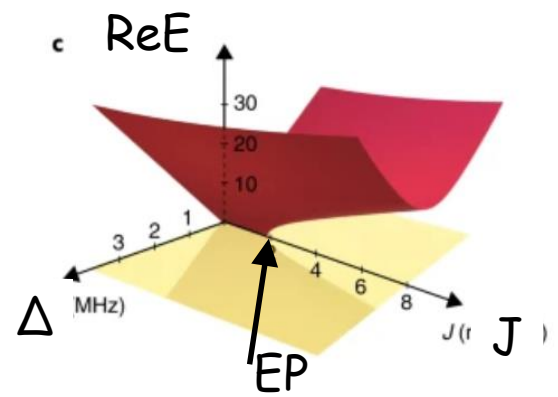
これは偶数の $N_{0\text{Ch}}$ で特徴付けられる例外点(例外円)
は相互作用に対して不安定であることを意味する。

対称性に保護された例外円の相互作用に対する不安定性

$$h = \begin{pmatrix} 2i\beta & z^* & & \\ z & -2i\beta & & \\ & & \frac{3}{2}i\beta & 2z^* \\ & & 2z & -\frac{3}{2}i\beta \\ & & & & i\beta & 3z^* \\ & & & & 3z & -i\beta \end{pmatrix} \quad \boxed{x \rightarrow z}$$

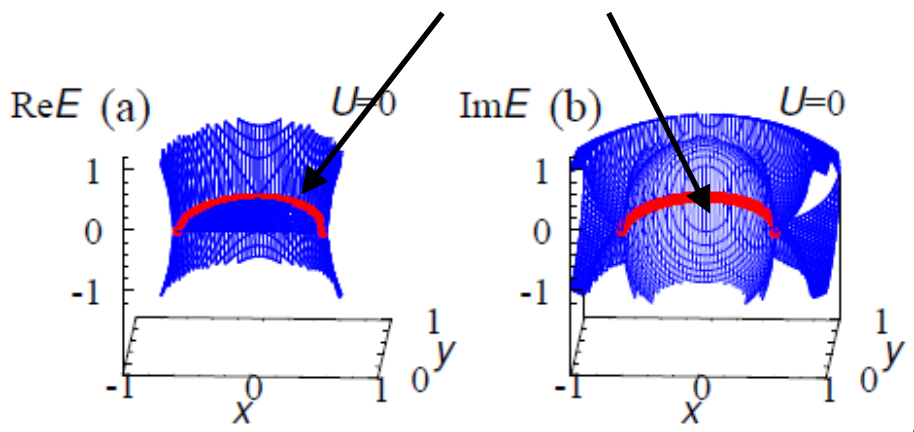
$z = x + iy$
 $x, y \in \mathbb{R}$

例外点 @ a qubit



M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).

U=0: 対称性に保護された例外円が発現



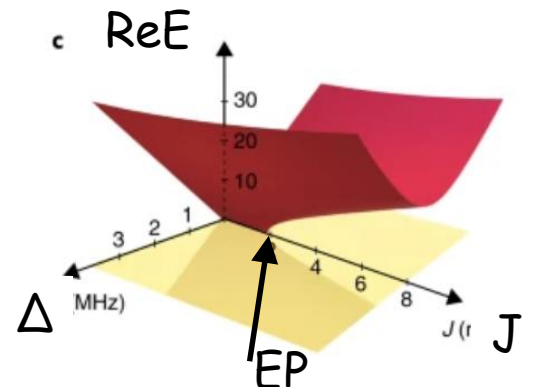
対称性に保護された例外円の相互作用に対する不安定性

$$h = \begin{pmatrix} 2i\beta & z^* & & \\ z & -2i\beta & & \\ & & \frac{3}{2}i\beta & 2z^* \\ & & 2z & -\frac{3}{2}i\beta \\ & & & & i\beta & 3z^* \\ & & & & 3z & -i\beta \end{pmatrix} \quad \boxed{x \rightarrow z}$$

$$z = x + iy$$

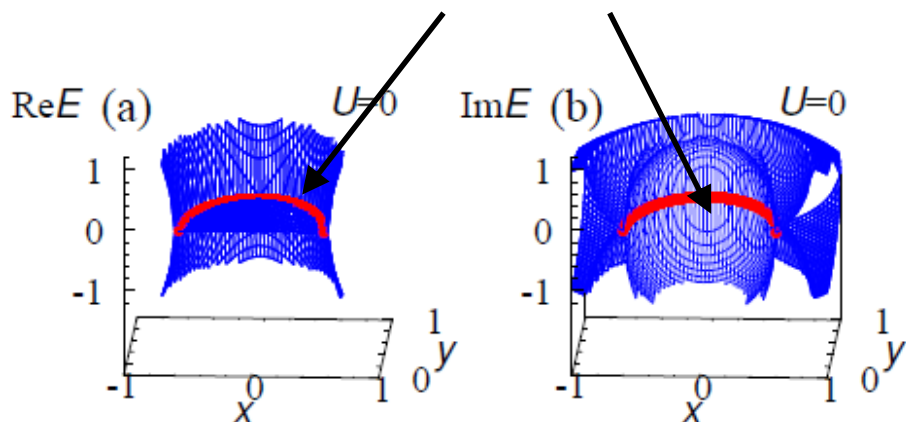
$$x, y \in \mathbb{R}$$

例外点 @ a qubit



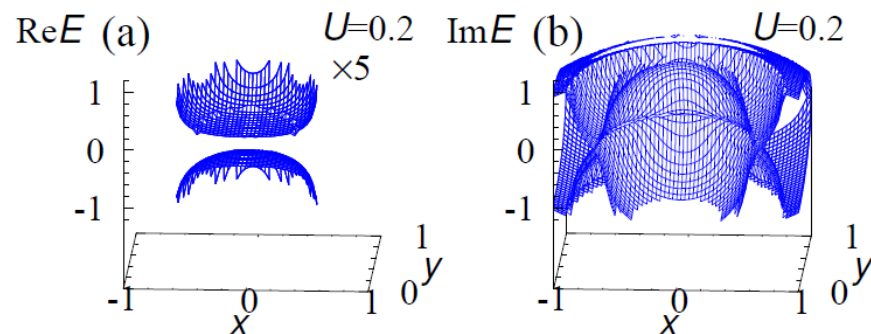
M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).

$U=0$: 対称性に保護された例外円が発現



$$\hat{H}_{\text{int}} = U \sum_{l=a,b} \left(\hat{n}_{l1} - \frac{1}{2} \right) \left(\hat{n}_{l-1} - \frac{1}{2} \right)$$

相互作用が
対称性に保護された例外円を破壊



講演の予定(3日目)

～強相関効果に対する安定性・不安定性～

今回の概略と開放量子系

分類学における強相関効果(エルミート系)

例外点に対する強相関効果(カイラル対称性)



例外点に対する強相関効果(スピンパリティ対称性)

1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0 \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数

P: スピンパリティ

1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数

P: スピンパリティ

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、複数のZ-不変量 $W_{(N\uparrow, N\downarrow)}$

1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数
P: スピンパリティ

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、複数のZ-不変量 $W_{(N\uparrow, N\downarrow)}$

相互作用**有り**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、単一のZ-不変量 $W_{[N, P]}$

1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数

P: スピンパリティ

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、複数のZ-不変量 $W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$

相互作用**有り**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、単一のZ-不変量 $W_{[N, P]}$

Z不変量間の関係性

$$W_{[N, P]} = \sum_{(N_\uparrow, N_\downarrow)} W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$$

相互作用系 \swarrow \nwarrow 自由粒子系

1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数
P: スピンパリティ

相互作用**無し**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、複数のZ-不変量 $W_{(N\uparrow, N\downarrow)}$

相互作用**有り**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、単一のZ-不変量 $W_{[N, P]}$

Z不変量間の関係性

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0 \quad [\hat{H}, e^{i\pi\hat{S}_z}]_c = 0.$$

$$N:\text{奇数} \quad \mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$N:\text{偶数} \quad \mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$P = \pm 1$$

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi\hat{N}/2} e^{i\pi\hat{S}_z}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0 \quad [\hat{H}, e^{i\pi\hat{S}_z}]_c = 0$$



相互作用無し $\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$

H_0 は **spin-U(1)** 対称性を保つ

$$[\hat{H}_0, \hat{S}_z]_c = 0$$

$$N: \text{奇数} \quad \mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$N: \text{偶数} \quad \mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$P = \pm 1$$

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi\hat{N}/2} e^{i\pi\hat{S}_z}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0 \quad [\hat{H}, e^{i\pi\hat{S}_z}]_c = 0$$



相互作用無し $\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$

H_0 は spin-U(1) 対称性を保つ

$$[\hat{H}_0, \hat{S}_z]_c = 0$$

$$N: \text{奇数} \quad \mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$N: \text{偶数} \quad \mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$P = \pm 1$$

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi\hat{N}/2} e^{i\pi\hat{S}_z}$$

$$[h, s_z] = 0$$

$$e^{i\pi\hat{S}_z} \hat{\Psi}^\dagger e^{-i\pi\hat{S}_z} = i s_z \hat{\Psi}^\dagger$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0 \quad [\hat{H}, e^{i\pi\hat{S}_z}]_c = 0$$



相互作用無し $\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$

H_0 は **spin-U(1)** 対称性を保つ

$$[\hat{H}_0, \hat{S}_z]_c = 0$$

$$[h, s_z] = 0$$

$$e^{i\pi\hat{S}_z} \hat{\Psi}^\dagger - i\pi\hat{S}_z = i s_z \hat{\Psi}^\dagger$$

$[N, P]$ で指定されるフォック空間は $(N_\uparrow, N_\downarrow)$ 毎のサブスペースに分割される。

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi\hat{N}/2} e^{i\pi\hat{S}_z}$$

$$N: \text{奇数} \quad \mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$N: \text{偶数} \quad \mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$P = \pm 1$$

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi\hat{N}/2} e^{i\pi\hat{S}_z}$$

$$\hat{H} = \begin{bmatrix} \text{green} & & \\ & \text{green} & \\ & & \end{bmatrix} \rightarrow \hat{H}_0 = \begin{bmatrix} \text{blue} & & & \\ & \text{blue} & & \\ & & \text{blue} & \\ & & & \text{blue} \end{bmatrix}$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0 \quad [\hat{H}, e^{i\pi\hat{S}_z}]_c = 0$$



相互作用無し $\hat{H}_0 = \hat{\Psi}^\dagger h \hat{\Psi}$

H_0 は spin-U(1) 対称性を保つ

$$[\hat{H}_0, \hat{S}_z]_c = 0$$

$$[h, s_z] = 0$$

$$e^{i\pi\hat{S}_z} \hat{\Psi}^\dagger - i\pi\hat{S}_z = i s_z \hat{\Psi}^\dagger$$

$[N, P]$ で指定されるフォック空間は $(N_\uparrow, N_\downarrow)$ 毎のサブスペースに分割される。

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi\hat{N}/2} e^{i\pi\hat{S}_z}$$

$(N_\uparrow, N_\downarrow)$ のサブスペース毎に

ワインディング数が定義できる。

$$W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$$

$$= \oint \frac{d\theta}{2\pi i} \partial_\theta \log \det [\hat{H}_{(N_\uparrow, N_\downarrow)} - E_{\text{ref}} \mathbb{1}]$$

1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数

P: スピンパリティ

✓ 相互作用無しの多体ハミルトニアン:

[N,P]で指定されるフォック空間で、複数のZ-不変量 $W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$

相互作用**有り**の多体ハミルトニアン:

[N,P]で指定されるフォック空間で、単一のZ-不変量 $W_{[N,P]}$

Z不変量間の関係性

$$W_{[N,P]} = \sum_{(N_\uparrow, N_\downarrow)} W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$$

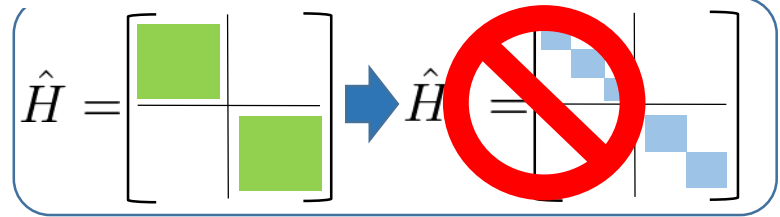
相互作用系 \swarrow \nwarrow 自由粒子系

$$\text{Set up: } [\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0.$$

相互作用**有り**の多体ハミルトニアン H

一つの Z -不変量のみ導入可

相互作用有りの場合:



$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi \hat{N}/2} e^{i\pi \hat{S}_z}$$

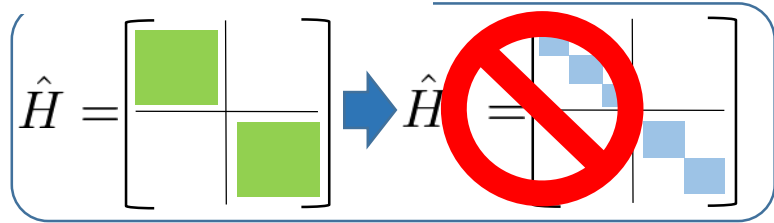
ワインディング数 @ $[N, P]$ のフォック空間

$$W_{[N, P]} = \oint \frac{d\theta}{2\pi i} \partial_\theta \log \det(\hat{H}_{[N, P]} - E_{\text{ref}} \mathbb{1})$$

Set up: $[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0$ $[\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$

相互作用有りの多体ハミルトニアン H
 一つのZ-不変量のみ導入可

相互作用有りの場合:



$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow} = e^{i\pi \hat{N}/2} e^{i\pi \hat{S}_z}$$

ワインディング数 @ $[N, P]$ のフォック空間

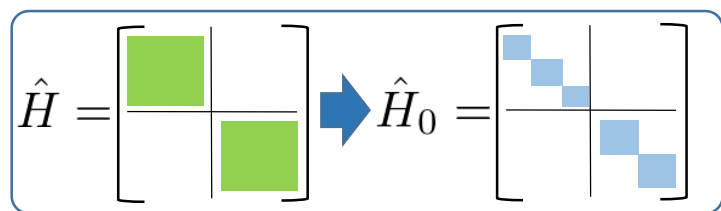
$$W_{[N, P]} = \oint \frac{d\theta}{2\pi i} \partial_\theta \log \det(\hat{H}_{[N, P]} - E_{\text{ref}} \mathbb{1})$$

ワインディング数間関係性

$$W_{[N, P]} = \sum_{(N_\uparrow, N_\downarrow)} W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$$

Diagram showing the summation over $(N_\uparrow, N_\downarrow)$. A green box labeled "相互作用系" (interacting system) has an arrow pointing to the left side of the equation. A blue box labeled "相互作用無し" (non-interacting) has an arrow pointing to the right side of the equation.

$$\therefore \hat{H}_{[N, P]} = \bigoplus_{(N_\uparrow, N_\downarrow)} \hat{H}_0(N_\uparrow, N_\downarrow)$$



1Dの点ギャップトポロジー with charge U(1) and spin-parity symm.

N: 奇数

$$\mathbb{Z}^{(N+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z}$$

N: 偶数

$$\mathbb{Z}^{(N+P+1)/2} \rightarrow \mathbb{Z} \quad P = \pm 1$$

Set up:

$$[\hat{H}, \hat{N}]_c = 0, \quad [\hat{H}, e^{i\pi \hat{S}_z}]_c = 0$$

N: 粒子数

P: スピンパリティ

✓ 相互作用**無し**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、複数のZ-不変量 $W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$

✓ 相互作用**有り**の多体ハミルトニアン:

$[N, P]$ で指定されるフォック空間で、単一のZ-不変量 $W_{[N, P]}$

z不変量間の関係性

$$W_{[N, P]} = \sum'_{(N_\uparrow, N_\downarrow)} W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$$

相互作用系

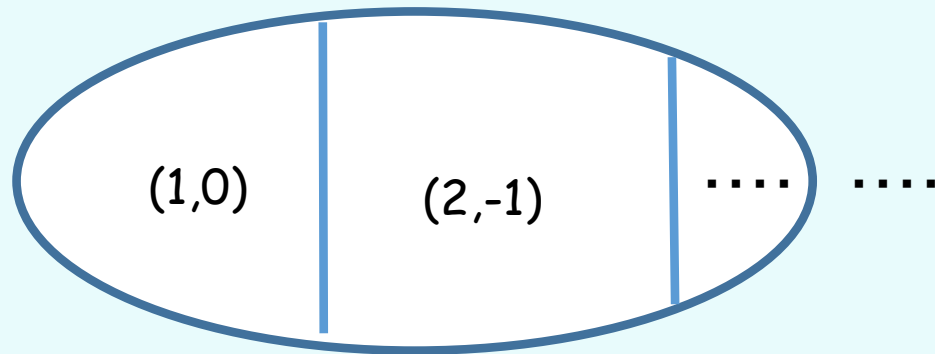
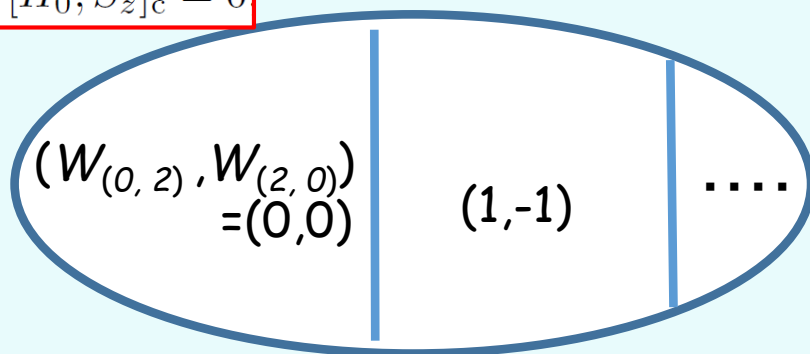
自由粒子系

Fock-space with $[N,P]=[2,1]$, $\mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$

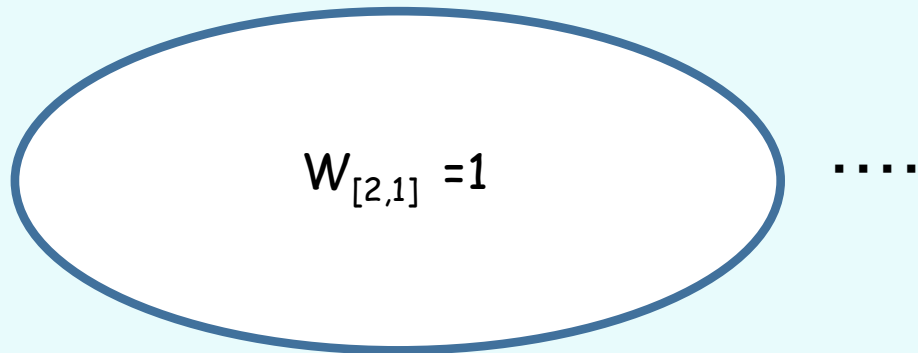
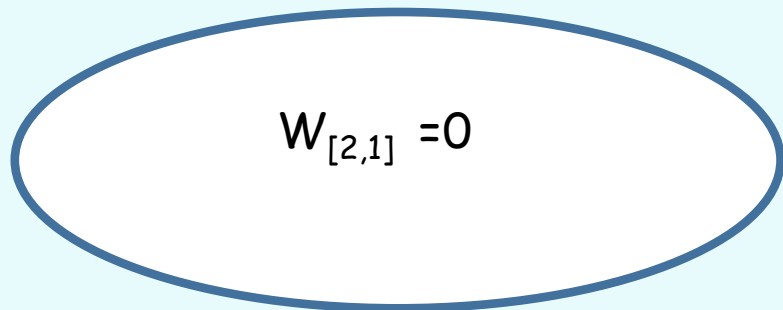
$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow}$$

Non-interacting case: $W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$

$$[\hat{H}_0, \hat{S}_z]_c = 0$$



Interacting case: $W_{[N,P]}$

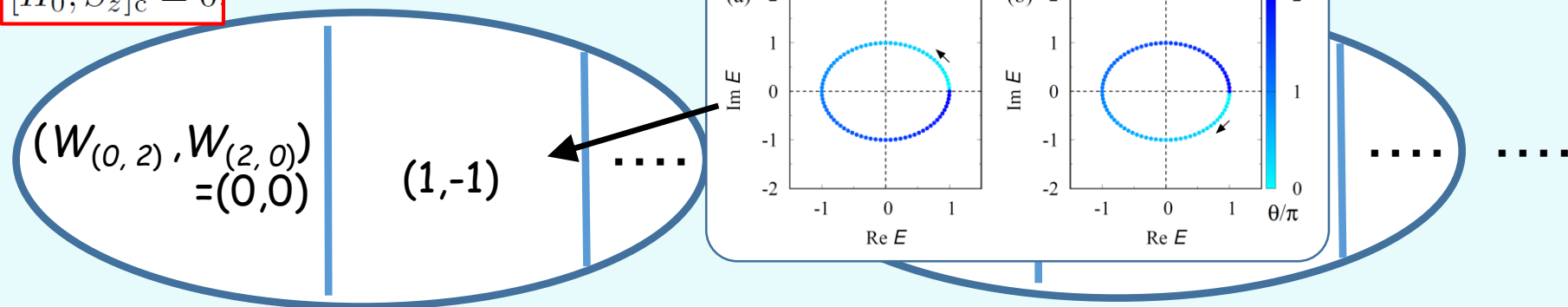


Fock-space with $[N,P]=[2,1]$, $\mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$

$$\hat{P} = (-1)^{\hat{N}_\uparrow}$$

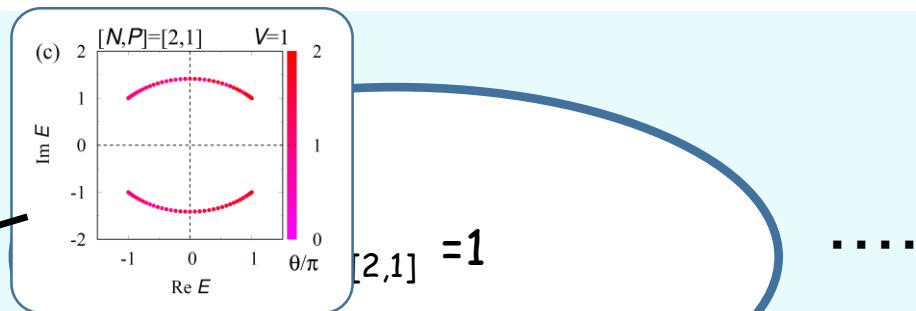
Non-interacting case: $W_{(N_\uparrow, N_\downarrow)}$

$$[\hat{H}_0, \hat{S}_z]_c = 0$$



Interacting case: $W_{[N,P]}$

$$W_{[2,1]} = 0$$



$\mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$:例外点への適用

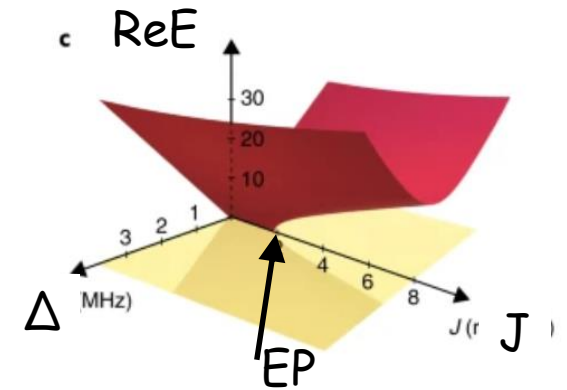
例外点の相互作用に対する不安定性

cf) 例外点 @ a qubit

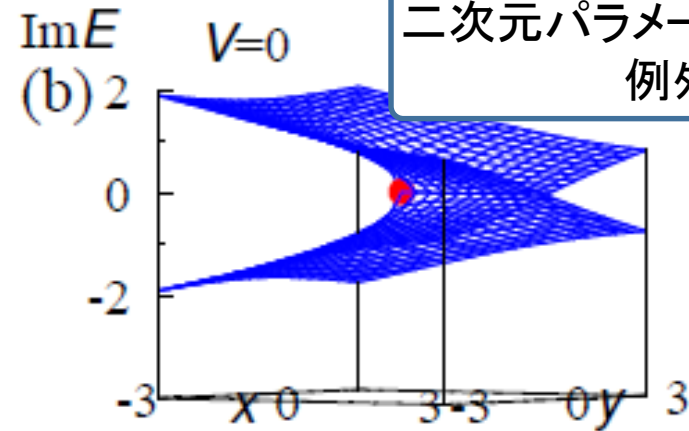
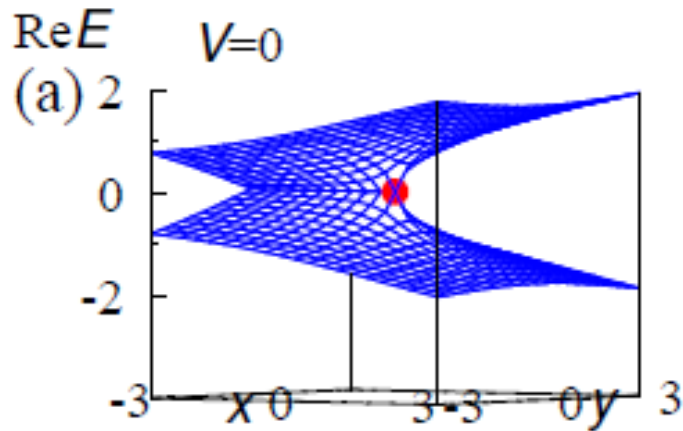
$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}_\alpha^\dagger h_{\alpha\beta}(x, y) \hat{\Psi}_\beta$$

$$h(x, y) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 0 & x+iy & 0 & & \\ 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & & \\ \hline & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & x+is_\downarrow y & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\hat{\Psi} = (\hat{c}_{a\uparrow}, \hat{c}_{b\uparrow}, \hat{c}_{c\uparrow}, \hat{c}_{a\downarrow}, \hat{c}_{b\downarrow}, \hat{c}_{c\downarrow})^T$$



M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).



二次元パラメータ空間で
例外点が発現

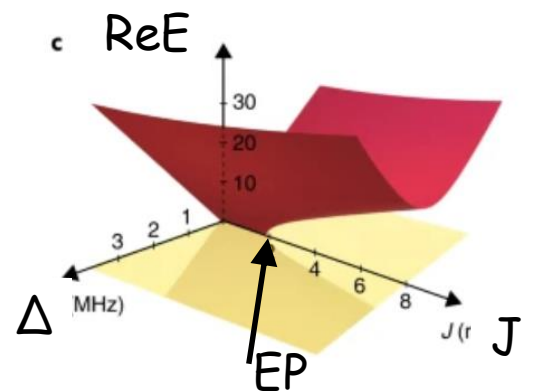
例外点の相互作用に対する不安定性

cf) 例外点 @ a qubit

$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}_\alpha^\dagger h_{\alpha\beta}(x, y) \hat{\Psi}_\beta$$

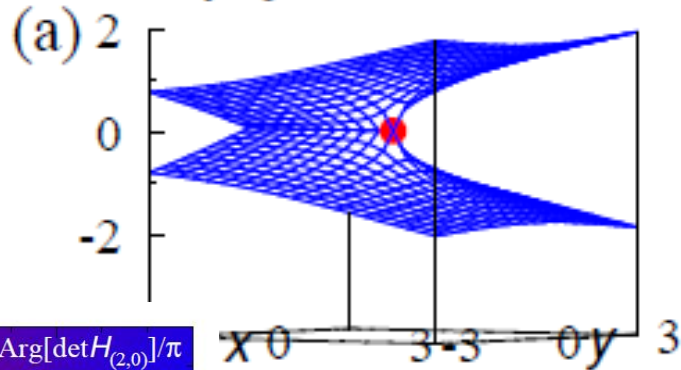
$$h(x, y) = \left(\begin{array}{ccc|cc} 0 & x+iy & 0 & & \\ 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & & \\ \hline & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & x+is_\downarrow y & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\hat{\Psi} = (\hat{c}_{a\uparrow}, \hat{c}_{b\uparrow}, \hat{c}_{c\uparrow}, \hat{c}_{a\downarrow}, \hat{c}_{b\downarrow}, \hat{c}_{c\downarrow})^T$$

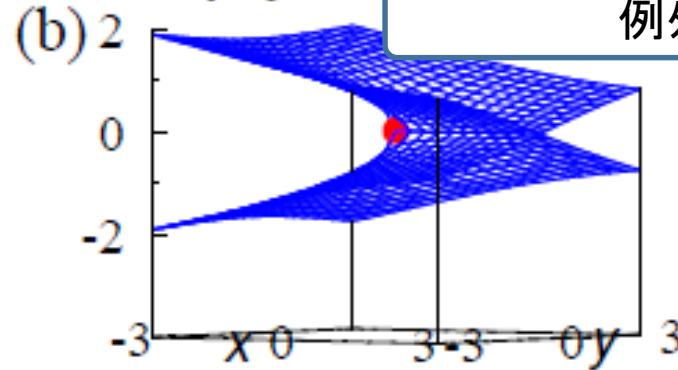


M. Naghiloo et al., Nat. Phys. (2019).

Re E V=0

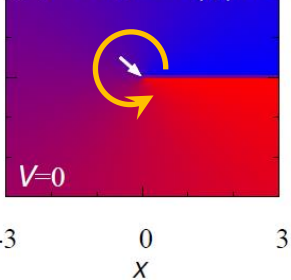


Im E V=0



二次元パラメータ空間で
例外点が発現

(c) Arg[detH_{(2,0)]/π}



$W_{(N\uparrow, N\downarrow)}$ は有限の値をとる。

$$(W_{(2,0)}, W_{(0,2)}) = (1, -1)$$

しかし $W_{[N,P]}$ はゼロ。

$$W_{[2,1]} = 1 - 1 = 0$$

例外点の相互作用に対する不安定性

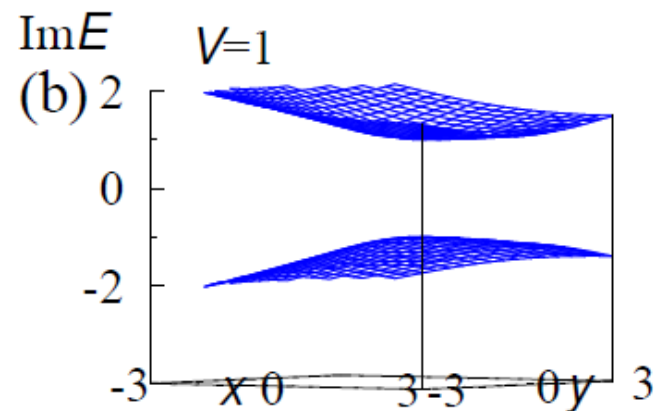
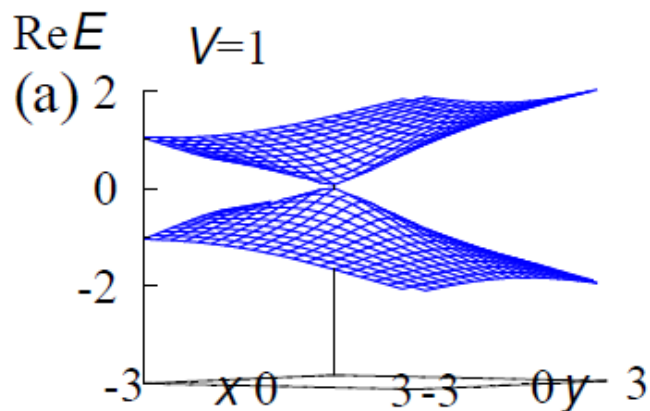
$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{int}}$$

$$\hat{H}_0 = \hat{\Psi}_\alpha^\dagger h_{\alpha\beta}(x, y) \hat{\Psi}_\beta$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = iV[(\hat{S}_a^+ + \hat{S}_b^+)\hat{S}_c^+ + \text{h.c.}]$$

$$h(x, y) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 0 & x+iy & 0 & & & \\ 1 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ \hline & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & x+is_\downarrow y & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

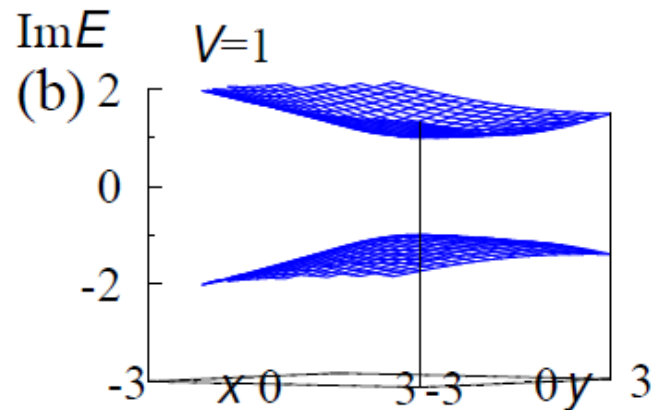
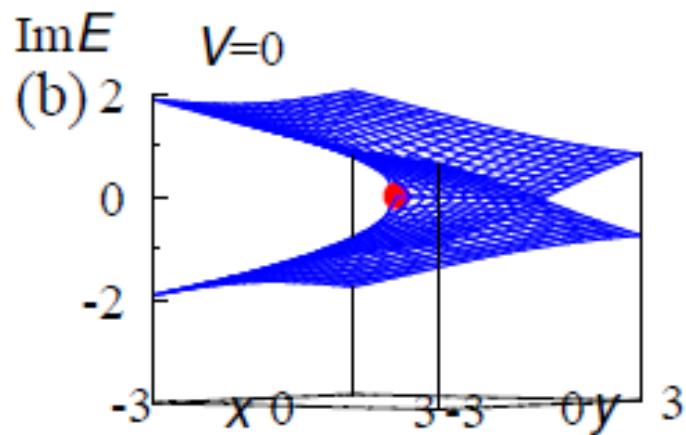
$$\hat{\Psi} = (\hat{c}_{a\uparrow}, \hat{c}_{b\uparrow}, \hat{c}_{c\uparrow}, \hat{c}_{a\downarrow}, \hat{c}_{b\downarrow}, \hat{c}_{c\downarrow})^T$$



相互作用 V が例外点を破壊

まとめ

自由粒子系の例外点のうちいくつかは粒子間相互作用に対し不安定である。



※安定なものも存在する。

これは自由粒子系の分類学が強相関効果によって変化することに起因する。

分類学のリダクション

$$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_2$$

自由粒子系



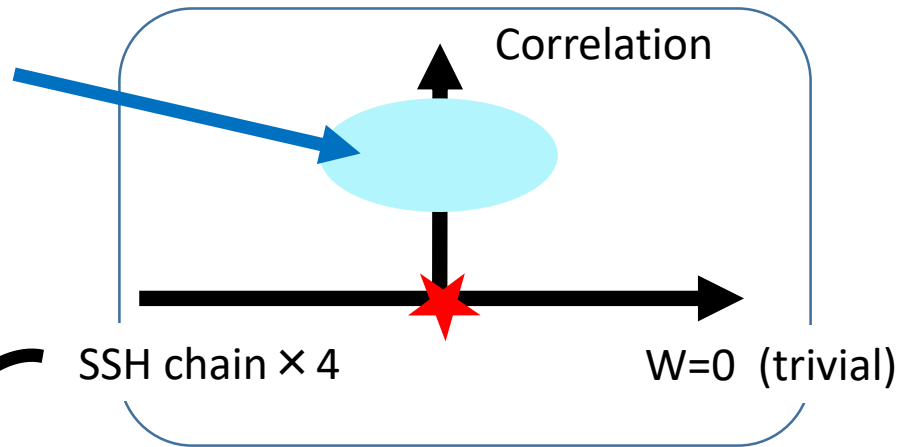
強相関系



付録1

～エルミート系での $Z \rightarrow Z^4$ を起こす相互作用～

Why gapped??



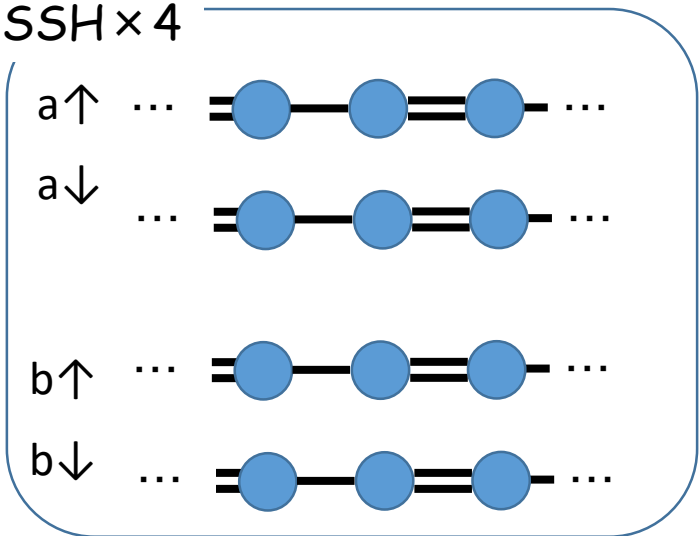
SSH $\times 4$

$a \uparrow$

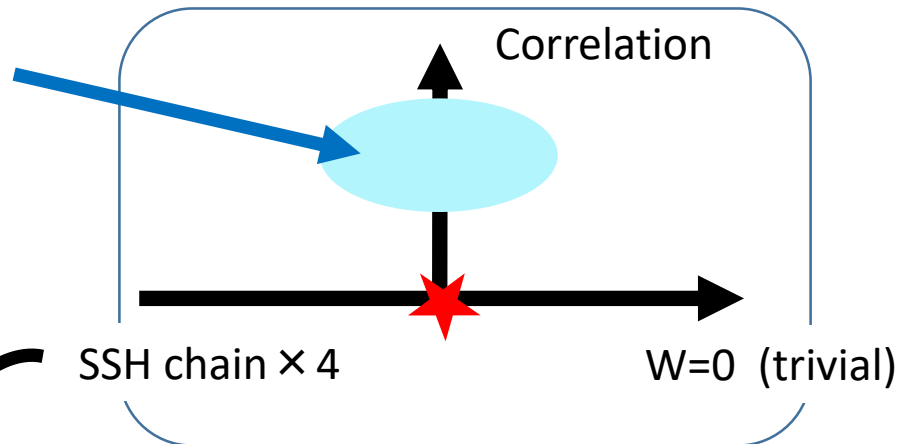
$a \downarrow$

$b \uparrow$

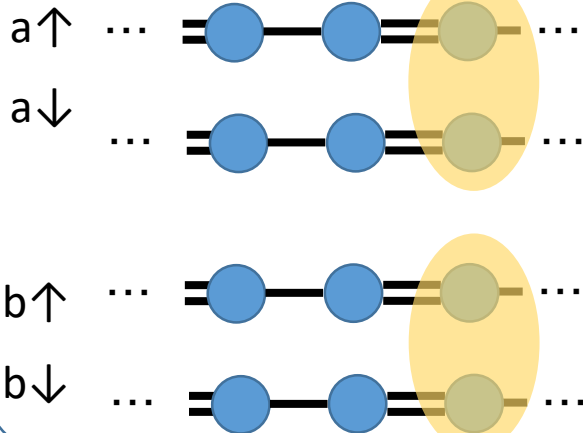
$b \downarrow$



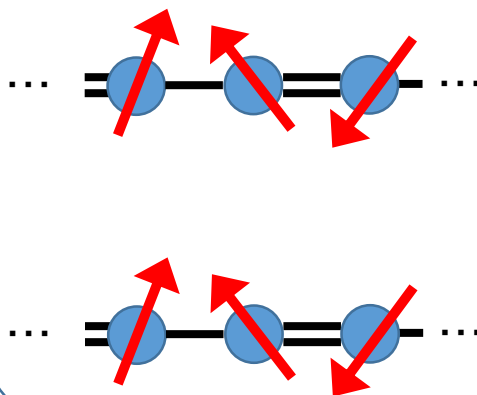
Why gapped??



SSH $\times 4$

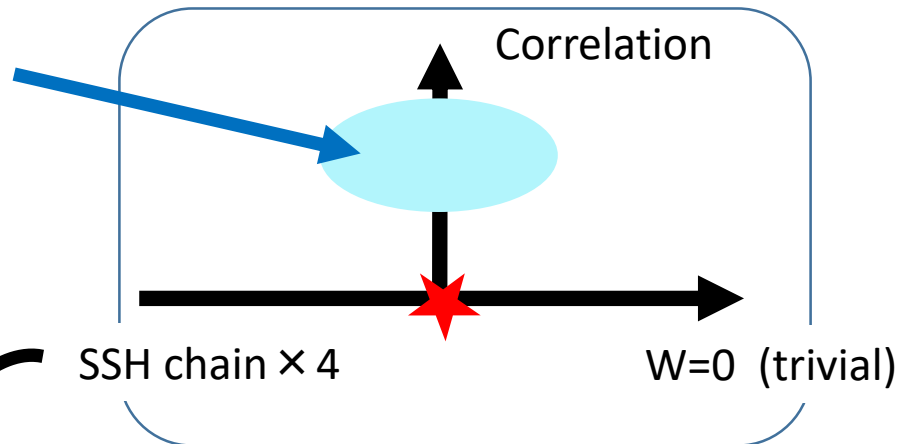


Spin model

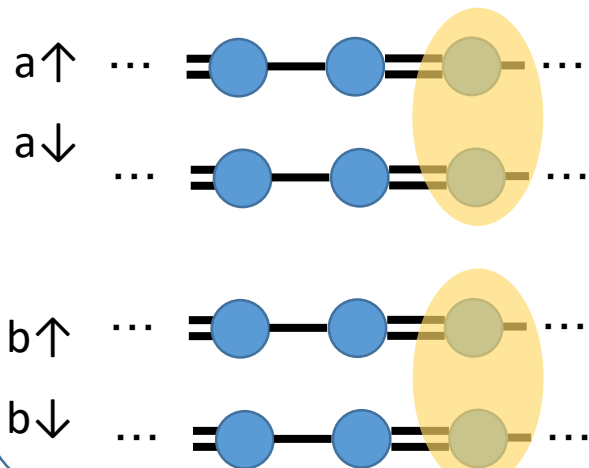


$$U \sum_{j, \alpha=a, b} n_{j\alpha\uparrow} n_{j\alpha\downarrow}$$

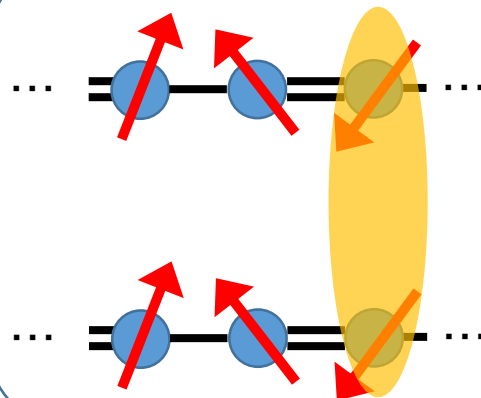
Why gapped??



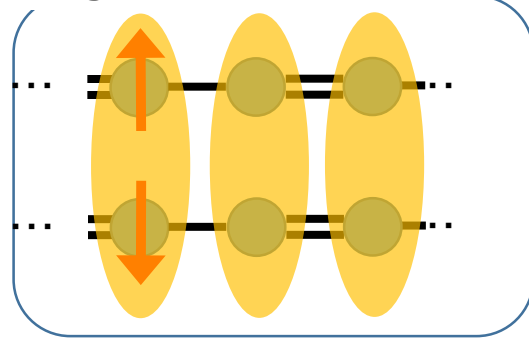
SSH $\times 4$



Spin model



Singlets



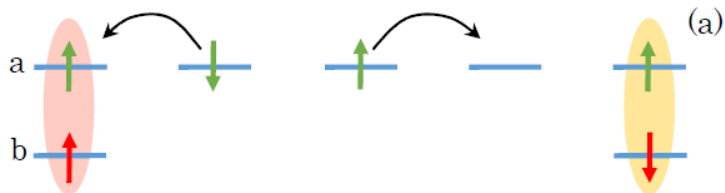
$$U \sum_{j, \alpha=a, b} n_{j\alpha\uparrow} n_{j\alpha\downarrow}$$

$$J \sum_j \mathbf{S}_{ja} \cdot \mathbf{S}_{jb}$$

付録2

～空間1次元の場合～

Extending the length of the chain

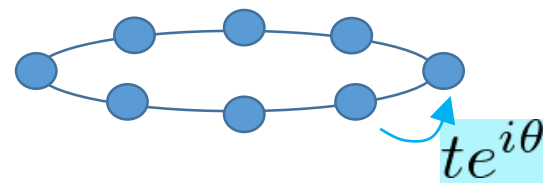


$$\hat{H}_{\text{eHN}}(\theta) = \hat{H}_0(\theta) + \hat{H}_{\text{int}},$$

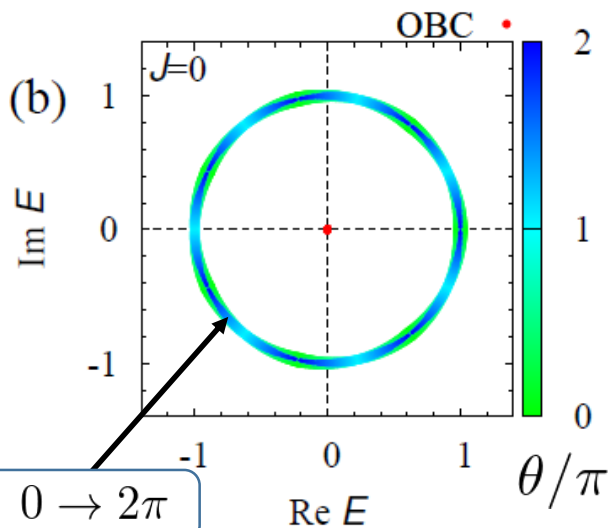
$$\hat{H}_0(\theta) = \sum_k \hat{\Psi}_{k\alpha}^\dagger h_{\alpha\beta}(k, \theta) \hat{\Psi}_{k\beta},$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sum_{j=0, L-1} \left[J(\hat{S}_{ja}^+ \hat{S}_{jb}^- + \text{h.c.}) + iV(\hat{S}_{ja}^+ \hat{S}_{jb}^+ + \text{h.c.}) \right]$$

Fock-space with $(N, P) = (3, -1)$

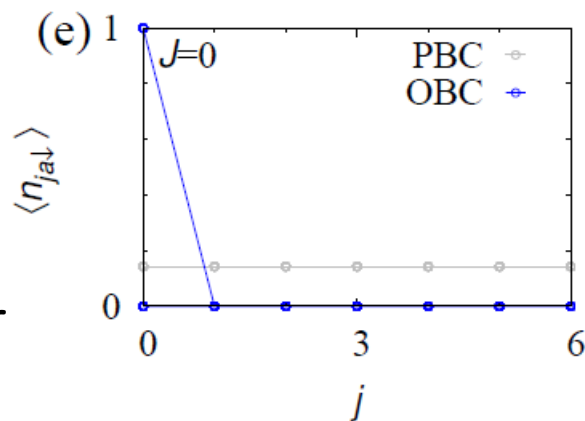
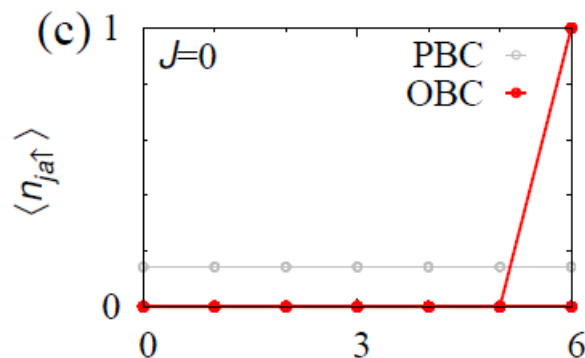


Non-interacting case

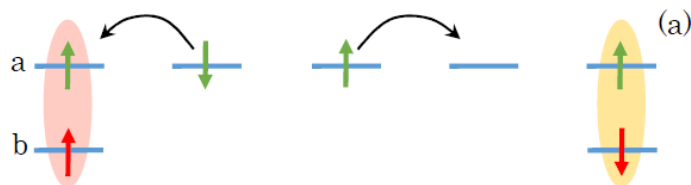


Topology of $W_{(N\uparrow, N\downarrow)}$ induces skin effect

$$(W_{(2,1)}, W_{(1,2)}) = (1, -1)$$



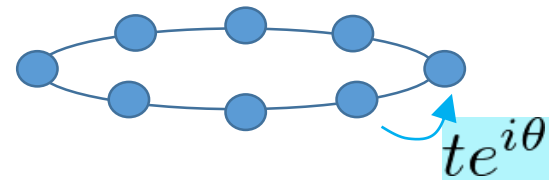
One spatial dimension



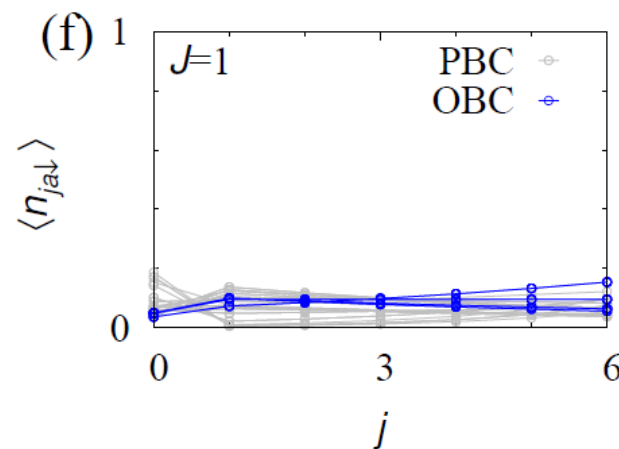
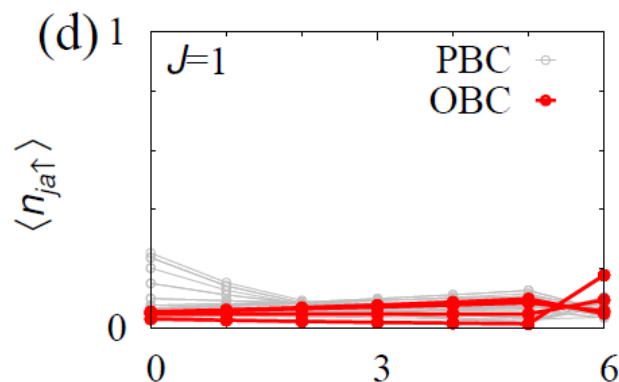
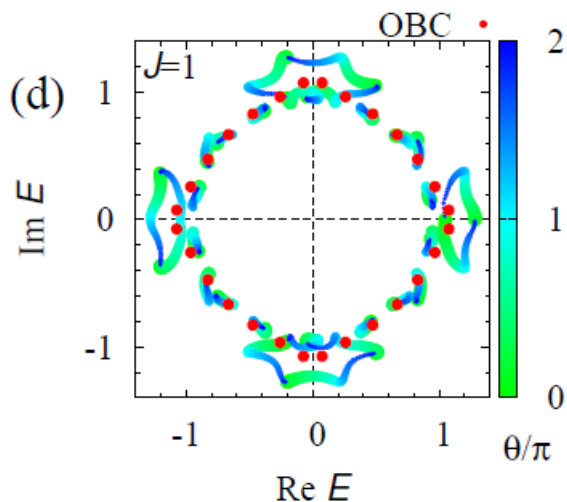
$$\hat{H}_{\text{eHN}}(\theta) = \hat{H}_0(\theta) + \hat{H}_{\text{int}},$$

$$\hat{H}_0(\theta) = \sum_k \hat{\Psi}_{k\alpha}^\dagger h_{\alpha\beta}(k, \theta) \hat{\Psi}_{k\beta},$$

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sum_{j=0, L-1} \left[J(\hat{S}_{ja}^+ \hat{S}_{jb}^- + \text{h.c.}) + iV(\hat{S}_{ja}^+ \hat{S}_{jb}^+ + \text{h.c.}) \right]$$



Interacting case ($J=V=1$)



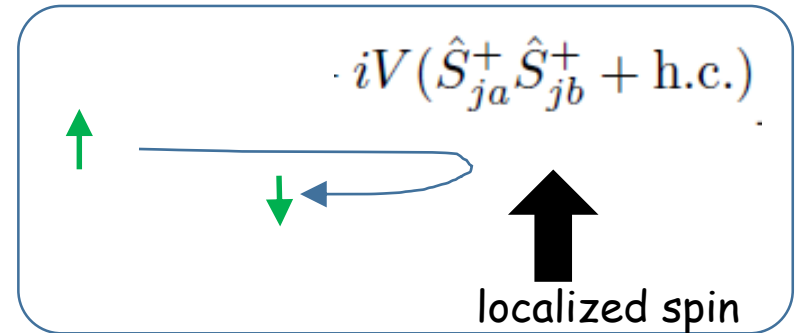
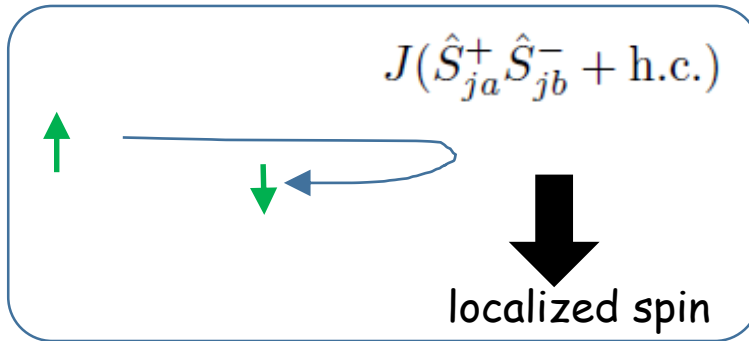
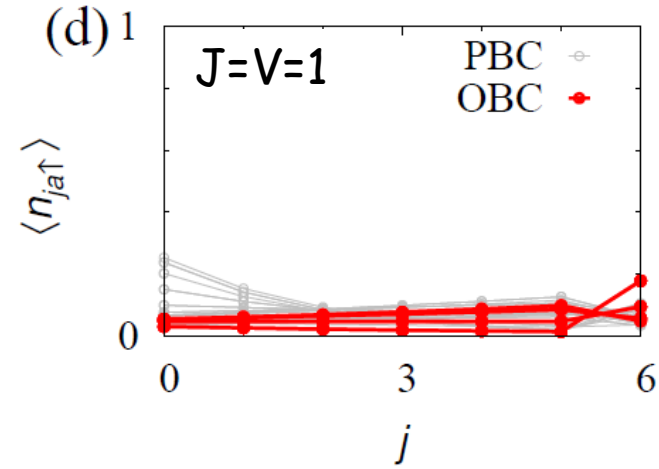
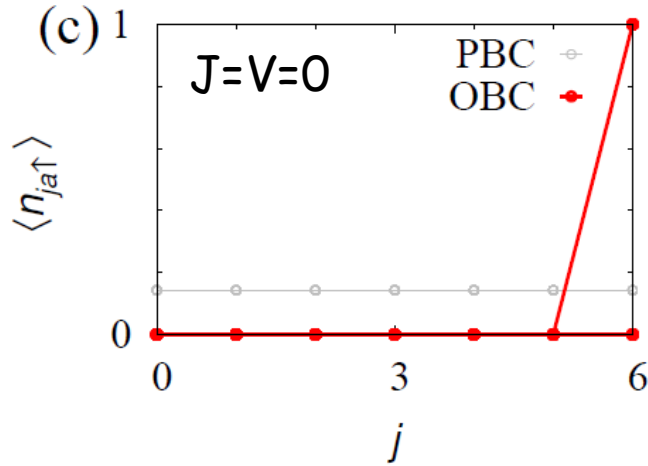
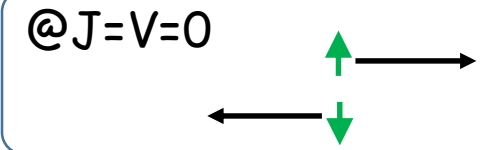
Fragility of the loop structure



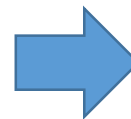
due to $W_{[N,P]=[3,1]}=0$

destruction of the skin effect
by correlations

Intuitive interpretation



Spin flips fermions
for its arbitrary configuration



Suppression of
boundary effects