

1999 年 12 月 17 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

ホームページ: <http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

裏面にも問題があります

この試験は、「自筆ノート、プリント持ち込み可」で行います。本などは持ち込み不可です。時間は、1時から2時30分までの90分です。答えだけでなく、計算の経過や理由をきちんと書いてください。

解答用紙は縦に使って、一番上に氏名、学生証番号を書いてください。裏面を使用しても結構ですが、1枚におさまるように書いてください。裏面使用の時は表の一番下に「裏面使用」と明記してください。

[1] 次の行列の逆行列を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -6 & 1 & -2 \\ -7 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

[2] 次の行列  $A$  に対し、 $X^{-1}AX$  を Jordan 標準形にしたい。 $X, X^{-1}, X^{-1}AX$  を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 11 & 3 \end{pmatrix}$$

(答は、

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & -2 \\ 12 & -9 & 5 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 9 & -6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

のような形で書くこと。)

[3] 次の行列の rank を最小にするような実数  $t$  の値を求めよ。

$$\begin{pmatrix} 1 & t & -3 \\ -1 & -2 & t+1 \\ t & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

2

[4] 下の行列  $A$  の Jordan 標準型が  $\begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{pmatrix}$  の形になるように、実数  $a$  の値を定めよ。  
ただし、 $\alpha$  と  $\beta$  は等しくてもよいものとする。

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ -10 & 3 & -4 \\ -5 & a & -a \end{pmatrix}.$$

[5]  $3 \times 3$  行列  $A$  に対し、 $A^2$  の Jordan 標準型が次のものであるとする。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

このとき、 $A$  の Jordan 標準型としてありうるものをすべてあげよ。