

問題．次の 5 つの行列の Jordan 標準形を求めよ．

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 9 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -5/2 & 9/2 & -3 \\ -3/2 & 19/2 & -7 \\ 0 & 9 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -25 & -18 & 21 \\ 9 & 8 & -7 \\ -27 & -18 & 23 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 17 & 11 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 14 & -12 & 5 \\ 9 & -7 & 3 \\ -12 & 12 & -5 \end{pmatrix}$$

解答例．

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & -2 \\ 12 & -9 & 5 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 9 & -6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3/2 & -5/2 & 2 \\ 3/2 & -3/2 & 1 \\ -1/2 & 3/2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5/2 & 9/2 & -3 \\ -3/2 & 19/2 & -7 \\ 0 & 9 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -9 & -6 & 7 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -25 & -18 & 21 \\ 9 & 8 & -7 \\ -27 & -18 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -9 & -6 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 17 & 11 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -3 & 3 & -1 \\ 9 & -8 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 & -12 & 5 \\ 9 & -7 & 3 \\ -12 & 12 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$