

答案の一番上に氏名と学生証番号を書いてください。(組は書かなくてもけっこうです。) 自分のノートを参照してもけっこうです。

[1] (1) 収束半径が 2 であるようなべき級数の例を一つ挙げよ。

(2) べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!}$ の収束半径を求めよ。

(3) べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} z^{[\sqrt{n^3}]}$ の収束半径を求めよ。ただし、実数 x に対し、 $[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。(ガウス記号)

(4) 収束半径が 0 であるようなべき級数の例を一つ挙げよ。

[2] (1) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ は収束することを示せ。

(2) 次の 2 条件を共に満たすようなべき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ の例を一つ挙げよ。(z は複素数である。)

(a) 収束半径は 1 である。

(b) $|z| = 1$ のとき、べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ は絶対収束する。

[3] $p(x)$ を x の多項式で、定数 0 ではないものとする。べき級数 $\sum_{n=0}^{\infty} p(n)z^n$ の収束半径を求めよ。