

2008 年度数学 I 演習小テスト (4)

2008 年 6 月 5 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

氏名と学生証番号を答案の一番上に書いてください。

[1] $f(x)$ を x の多項式とする。 $f(x)$ を Taylor 展開して得られる無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ を求めよ。

[2] $x \in (-1, 1)$ と自然数 n に対し、

$$f_n(x) = \log(1+x) - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{n}$$

とおく。

(1) $f'_n(x)$ を計算することにより、 $f_n(x)$ を積分を用いて表せ。

(2) 各 x について、 $n \rightarrow \infty$ のとき、 $f_n(x) \rightarrow 0$ となることを示せ。

[3] (1) $f(x) = \arctan x$ を Taylor 展開して得られる無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ を求めよ。

(2) $-1 < x < 1$ のとき、(1) で求めた無限級数が収束して $f(x)$ に等しくなることを示せ。(ヒント：[2] の論法を使う。)

[4] 2 の 3 乗根の値を小数点以下第 3 位まで求めよ。(小数点以下第 4 位以下を切り捨てると言うことである。) きちんと誤差を評価して本当にその値が正しいことの根拠をきちんと示すこと。(ヒント: $(5/4)^3$ が 2 に近い。)