

2008 年度数学 I 演習小テスト (3)

2008 年 5 月 22 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

氏名と学生証番号を答案の一番上に書いてください。

[1] 1 以上の整数  $n$  について、 $a_n = 1 - \frac{1}{n^2}$  とおき、 $b_n = a_3 a_5 a_7 \cdots a_{2n+1}$  とおく。  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ。

[2]  $\alpha > 0$  とする。 $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx$  が有限の値を持つのはどのようなときか。

[3]  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{ax^2+bx+c} dx$  を求めよ。ただし、 $a, b, c$  は実数で  $a < 0$  とする。

[4] 次のそれぞれの極限值を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x) - x + x^2/2}{x^3}$ 。

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x^2}{x^6}$ 。

(3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6e^{x-1} - (x^3 + 3x + 2)}{(x-1)^4}$ 。

[5]  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - a - bx - cx^2 - dx^3}{x^4}$  が存在するような実数  $a, b, c, d$  を求めよ。