

2008 年度数学 I 演習小テスト (6)

2008 年 7 月 7 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

氏名と学生証番号を答案の一番上に書いてください。

試験中に話をしているものは不正行為とみなして答案用紙を取り上げます。

試験時間は 80 分 です。その後授業評価アンケートを行います。

[1] 次の各命題を否定した命題を日本語で書け。 $\forall, \exists$  などの記号は使わないこと。ただし、 $\mathbf{R}$  は実数全体の集合、 $\mathbf{N}$  は自然数全体の集合を表す。

(1)  $\forall a > 0 \forall b > 0 \exists N \in \mathbf{N} Na > b.$

(2)  $\forall x \in \mathbf{R} \forall n \in \mathbf{N} \exists y \in \mathbf{R} y^{2n+1} = x.$

(3)  $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathbf{R} |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon.$

[2]  $\sin x^2$  を  $x = 0$  において Taylor 展開して得られる無限級数を求めよ。(  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  の形の無限級数を具体的に書くことを求めている。それが収束するか、また  $\sin x^2$  に等しくなるかを聞いているのではない。)

[3]  $y(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$  であり、 $-1 < x < 1$  で  $y' = y^3$  を満たす関数を一つ求めよ。

[4]  $(0, 0)$  以外の点で  $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$  を考える。 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$  を求めよ。