

2013 年数学 I 中間テスト

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

このテストは、ノート、本、コピーなど紙に書かれたものすべての持ち込み可で行います。電子機器の使用は不可です。

不正行為が発見された場合は、この学期の数学 I の点数を 0 点とし、さらに今学期の成績を全科目 0 点とするよう教務委員会に申請します。

途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] 以下の小問の両方とも、複素数は  $a + bi$  ( $a, b$  は実数) の形で答えること。

(1)  $z^2 = -i$  となる複素数をすべて求めよ。

(2)  $\exists n \in \mathbb{N} z^n = 1$  を満たす複素数  $z$  をすべて求めよ。ただしここで  $\mathbb{N}$  は自然数全体の集合を表し、 $\{1, 2, 3, \dots\}$  のことである。

[2] 次の極限の値を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x - x^2}{\sin^4 x}$ .

(2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\log(1+x) - x)^2}{(\sqrt{1+x} - 1)^4}$ .

[3]  $x > -1$  の範囲で  $f(x) = (1+x)^{-5/2}$  の  $x = 0$  のまわりでの Taylor 展開を ( $x$  の  $n$  次式) + 剰余項の形で書け。 ( $n$  は正の整数である。) さらに剰余項がいつ正になるかを決定せよ。

[4] 次の極限值が存在するように  $a, b, c, d$  の値を決め、その時の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x - a - bx - cx^2 - dx^3}{x^4}.$$

[5]  $\log(50/49)$  を四捨五入で小数点以下 4 桁まで求めよ。(小数点以下 5 桁目を四捨五入して、4 桁までにするという意味である。答えの数値が正しいことの根拠をきちんと示すこと。)