

数理科学 II 中間テスト (2)

2007 年 6 月 13 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

この試験は、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。解答には計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。多少欄外にはみ出してもかまいません。

[1] 次のそれぞれの微分方程式を解け。解が本当にそれだけである理由をきちんと説明すること。特に両辺を何かで割る場合には、それが 0 である場合の考察もきちんとすること。

(1) $x^2 y' = y^2$.

(2) $y' = (xy + y^2)/x^2, (x \neq 0)$.

(3) $y' + y = e^{-x} + x$.

(4) $y'' - 3y' + 2y = 2x^2$.

[2] p, q, r を実数の定数として、次の微分方程式を $-\infty < x < \infty$ の範囲で考える。

$$y'' + py' + qy = r.$$

この微分方程式が、すべての実数値を取る解 $y(x)$ を少なくとも一つ持つための条件を p, q, r で表せ。

[3] 次の微分方程式を $-\infty < x < \infty$ の範囲で考える。

$$(1 - (x - y)^2)y' = 1 + (x - y)^2.$$

(1) どの解も通らない点はどこか。

(2) 上の微分方程式を解け。