

2003 年 5 月 13 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

このテストは成績には関係ありません．自筆ノート持ち込み可で行います．[1] については答えだけでけっこうですが，他の問題については計算，説明などをきちんと書いてください．答案用紙は 1 枚両面です．それに収まるように書いてください．

[1] 以下の各問に答えよ．この問題については答えだけでよく，説明は不要である．

(1) オイラーの公式 $e^{ix} = \dots$ の右辺を書け．

(2) $\log(1+x)$ の $x=0$ におけるテイラー展開 (マクローリン展開ともいう) を書け．

(3) (2) のべき級数の収束半径 r を書け． ($|x| < r$ ならばべき級数が収束するような最大の r のことである．)

(4) $\frac{1}{(1+x^2)^2}$ の $x=0$ におけるテイラー展開 (マクローリン展開ともいう) を書け．

[2] 次の行列 A に対し，行列 X をうまく選んで， $X^{-1}AX$ が対角行列になるようにしたい．そのような X を一つ求めよ．計算の過程もきちんと示すこと．

$$A = \begin{pmatrix} 12 & -6 \\ 15 & -7 \end{pmatrix}$$

[3] 次のそれぞれの微分方程式を解け．解が本当にそれだけであることをきちんと示すこと．

(1) $y' = y^2$.

(2) $y' = 1 + y^2$.

(3) $x > 0$ の範囲で， $(x^2 + y^2)y' = 2xy$.

[4] $y' = y^{2/3}$ のすべての解を求めよ．ただし， y は実数全体で定義された x の関数である．解が本当にそれだけであることをきちんと示すこと．