

自分のノートを参照してよい（本などは見ないこと。）

[1] $f(x)$ は \mathbf{R} 上の可積分関数であるとする． $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_{\mathbf{R}} e^{-\varepsilon x^2} f(x) dx = \int_{\mathbf{R}} f(x) dx$ であることを示せ．

[2] 集合 X の部分集合の族 \mathcal{D} が次の 3 条件を満たすとき， \mathcal{D} は X 上の d -族であると言う．

(a) $X \in \mathcal{D}$.

(b) $A_1, A_2 \in \mathcal{D}$, $A_2 \subset A_1$ ならば, $A_1 \setminus A_2 \in \mathcal{D}$.

(c) $A_1 \subset A_2 \subset A_3 \subset \cdots$ で, $A_n \in \mathcal{D}$, $n = 1, 2, 3, \dots$, ならば, $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{D}$.

この時次の (1)–(4) を示せ．

(1) 完全加法族は d -族である．

(2) d -族は単調族である．

(3) X の部分集合の族 \mathcal{C} について, \mathcal{C} を含む X 上の最小の d -族 $d(\mathcal{C})$ が存在する．

(4) X の部分集合の族 \mathcal{C} が, 「 $A_1, A_2 \in \mathcal{C}$ ならば, $A_1 \cap A_2 \in \mathcal{C}$ 」という条件を満たせば, $d(\mathcal{C})$ は, \mathcal{C} を含む X 上の最小の完全加法族に一致することを示せ．

[3] $t > 0$ に対し, $\int_0^{\infty} e^{-tx} \frac{\sin x}{x} dx$ を求めよ．計算の根拠をきちんと述べること．

ヒント：この式を $f(t)$ とおいて $f'(t)$ を求める．

解答は別紙に書いて下さい．解答用紙の裏面を使用してもけっこうです．