

2016 年解析学特別演習 I テスト (2)

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

このテストは、ノート持ち込み可で行います。電子機器の使用は不可です。

途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1]  $\mathbb{R}$  の部分集合の列  $\{E_k\}_k$  で、 $\limsup_{k \rightarrow \infty} E_k = [0, 1]$ ,  $\liminf_{k \rightarrow \infty} E_k = \emptyset$  となるものの例を挙げよ。

[2]  $X$  の部分集合の列  $\{E_k\}_k$  について常に  $\liminf_{k \rightarrow \infty} E_k \subset \limsup_{k \rightarrow \infty} E_k$  となるというのは正しいか。理由をつけて答えよ。

[3] Cantor 集合  $E$  について  $\mu(E \times \mathbb{R})$  を求めよ。ただし  $\mu$  は  $\mathbb{R}^2$  上の Lebesgue 測度である。

[4]  $U \subset \mathbb{R}^2$  を空でない有界開集合とする。  $E$  が  $U$  の稠密な開部分集合全体を動くとき、 $\mu(E)$  の取りうる値を決定せよ。