

2015 年解析学特別演習 I テスト (2) 解答解説

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

配点は 1 問 20 点です。平均点は 67.2 点, 最高点は 100 点 (7 人) でした。解答は略解です。実際の答案ではもっと詳しく書く必要があります。

[1] 以下「有限個の和集合」というのは 0 個の場合 (空集合) も含みます。

(1) $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$ の有限個の和集合全体。

(2) $\{a, b\}, \{c\}, \{d\}$ の有限個の和集合全体。 $((a, b, c, d) = (1, 2, 3, 4), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 2, 3), (2, 3, 1, 4), (2, 4, 1, 3), (3, 4, 1, 2).)$

(3) $\{a, b\}, \{c, d\}$ の有限個の和集合全体。 $((a, b, c, d) = (1, 2, 3, 4), (1, 3, 2, 4), (1, 4, 2, 3).)$

(3) $\{a, b, c\}, \{d\}$ の有限個の和集合全体。 $((a, b, c, d) = (1, 2, 3, 4), (1, 2, 4, 3), (1, 3, 4, 2), (2, 3, 4, 1).)$

(4) $\{\emptyset, \{1, 2, 3, 4\}\}$.

[2] $m(A)$ は A に含まれる整数の数 (無限個の時は ∞) です。このことから完全加法性がわかります。

[3] $E_n = (1/(n+1), 1/n]$ とおけば $\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n = (0, 1]$ であり, $m(E_n) = 0, m(E) = 1$ です。

[4] 直接確認できます。

[5] 答えはいろいろありますが, 例えば Lebesgue 外測度を μ^* として次のものです。

$$\Gamma(A) = \begin{cases} 0 & (\mu^*(A) = 0 \text{ の時}), \\ \mu^*(A) + 1 & (\text{その他の時}). \end{cases}$$