

2000 年 6 月 20 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

時間は午後 1 時から午後 2 時半までの 90 分です。

解答は別紙に書いてください。学生証番号、氏名を一番上に書いてください。解答用紙の裏面を使用してもけっこうです。自分のノートを参照してかまいませんが、本は見ないでください。

[1] $x > 0$ に対して

$$\frac{1}{x} = \int_0^{\infty} e^{-xt} dt$$

であることと Fubini の定理を使って

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \int_0^A \frac{\sin x}{x} dx$$

を求めよ。

[2]

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos ax dx$$

を求めよ。ただし a は実数の定数である。

ヒント: この値を a の関数と思って微分する。(ほかの方法でできれば別にヒントに従う必要はない。)

[3] $X = Y = [0, 1]$, $\mathcal{B}_X = \mathcal{B}_Y$ を $[0, 1]$ 上の Lebesgue 可測集合全体のなす完全加法族とし, μ_X を $[0, 1]$ 上の Lebesgue 測度, $\mu_Y(E)$ を $E \in \mathcal{B}_Y$ の元の個数とする。 μ_Y は σ -finite ではないが, 授業でやったのと同じ方法で, $X \times Y$ 上の直積完全加法族 $\mathcal{B}_{X \times Y}$ を作ることができる。このとき次の問いに答えよ。

(1) $D = \{(x, x) \mid x \in [0, 1]\} \subset X \times Y$ とおくとこれは $\mathcal{B}_{X \times Y}$ の元になることを示せ。

(2) $\int_X \mu_Y(D_x) d\mu_X$ と $\int_Y \mu_X(D_y) d\mu_Y$ を比較せよ。