

2000 年 5 月 30 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

来週 6 月 6 日は演習はなく, 午前午後ともに講義です.

解答は別紙に書いてください. 学生証番号, 氏名を一番上に書いてください. 解答用紙の裏面を使用してもけっこうです. 自分のノートを参照してかまいませんが, 本は見ないでください.

下の 3 問とも考えている測度は Lebesgue 測度である.

[1] 次のすべての条件を満たす関数 $f(x)$ の例をあげよ. きちんと説明をつけること.

- (1) $f(x)$ は \mathbf{R} 上の連続関数で常に $f(x) > 0$.
- (2) すべての自然数 $n \geq 1$ について $|f(x)|^n$ は \mathbf{R} 上可積分.
- (3) $f(x)$ は有界ではない.

[2] E を \mathbf{R} の有界可測集合, $f(x)$ を \mathbf{R} 上の複素数値可積分関数とする.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_E f(x-t) dx = 0$$

であることを示せ.

[3] $f(x)$ を \mathbf{R} 上の複素数値可測関数で, すべての自然数 $n \geq 0$ について, $|x|^n f(x)$ が有界であるものとする. このとき $\xi \in \mathbf{R}$ の関数 $\int_{\mathbf{R}} f(x) e^{-ix\xi} dx$ は C^∞ 級であることを示せ.