

解析学 IV 小テスト No. 3 略解・解説

2000 年 5 月 2 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

今回の配点は [1] から順に 30, 30, 40 点です。平均は 42.5 点, 最高は 100 点 (4 人) でした。簡単な解説をつけます。

[1] もちろん, ある列 $\{a_n\}_n, a_n \in [0, \infty]$ に対して

$$m(A) = \sum_{n \in A} a_n, \quad \forall A \in \mathcal{F}$$

と書けるようなものです。「この形なら O.K.」という方向しか示していない人がけっこういました。問題で「N のすべての部分集合」にしなかったのは, 単なるめくらましです。

[2] 簡単にわかるように,

$$m(A) = \sum_{p_n \in A} \frac{1}{2^n}, \quad \forall A \in \mathcal{F}$$

です。「この表示から完全加法性がわかる」と言ってもいいし, 「 $f(x)$ が右連続関数の一様収束極限として右連続だから m は完全加法的」でも O.K. です。

[3] これは, $E_j \setminus E_{j+1}$ を見るだけです。 $m(X) < \infty$ という仮定がなければ不成立なんですから, これを使っているところは明示してほしいところです。