解析学 IV 小テスト No. 2 略解・解説

2000 年 4 月 25 日
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

5 月 2 日 (火) と，さらに 6 月 6 日 (火) は演習はなしで，午前，午後ともに講義を行います．(午前 2 時間，午後 90 分です．) そのかわり，最初に言ったように，6 月 20 日 (火) と 27 日 (火) は，午前 2 時間，午後 90 分すべてを演習 (小テスト) にします．

今回の配点は [1] から順に 30, 40, 30 点です．採点は Teaching Assistant の岸本君です．平均は 50.3 点，最高は 100 点 (2 人) でした．簡単な解説をつけます．

[1] これは定義どおりにゆっくり考えれば問題はないでしょう．答えは，

$$\begin{aligned}
&\{\varnothing, X\},\\
&\{\varnothing, \{1\}, \{2,3\}, X\},\\
&\{\varnothing, \{2\}, \{1,3\}, X\},\\
&\{\varnothing, \{3\}, \{1,2\}, X\},\\
&\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{1,3\}, X\},
\end{aligned}$$

の 5 つです．

[2] まず明らかに，この位相では開集合であることと閉集合であることが同値になっています．(ここで終わりにしたのでは,「具体的にあげよ」という指示に従っているとは認められません．) 連結成分を考えることにより，$\mathbf{N} = \bigcup_i N_i$ (disjoint union) と分解され，$\mathbf{N}$ の開集合は，N_i たちのいくつかの和で表される集合となります．(N_i たちの数は有限でも可算でもかまいません．)

[3] 例はいろいろありますがたとえば,

$$m(A) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{n\in A} \frac{1}{2^n}, & A \text{ が有限集合のとき}, \\ \infty, & A \text{ が無限集合のとき}, \end{cases}$$

とすればよいでしょう．