

解析学 IV 小テスト No. 4 の簡単な解説

1997 年 5 月 19 日

河東泰之

[1] いろいろなやり方がありますが、一つの考え方を示します。ほかに外測度が 0 であることを示すという方法もあります。

- (1) 閉集合と開集合の共通部分。
- (2) 閉集合の可算和。
- (3) 閉集合の可算和。
- (4) 閉集合の可算和。

[2] $\Gamma(A)$ は $0 \in A$ のとき 1 で、その他のとき 0 である。これより、すべての部分集合が Γ -可測であることがわかる。

[3] $f_n(x)$ の値が $[0, 1]$ の外に出るような x の集合を A_n とすると $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ の測度が 0 になるので O.K.

[4] No である。反例はたとえば、

$$f(x, y) = \begin{cases} 0, & x + y \notin \mathbb{Q} \text{ のとき,} \\ -1, & x + y \in \mathbb{Q} \text{ のとき.} \end{cases}$$

配点は [1] が 20 点、[2] が 30 点、[3]、[4] が 25 点です。最高点は 100 点 (3 人)、平均点は 28.6 点でした。