

1997 年 6 月 30 日

河東泰之

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

自分のノートを参照してよい(ただし, 本は見ないこと.)

[1] $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とし, \mathcal{F} は, $\{\}, \{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\}$ からなる, X の部分集合の集合とする. \mathcal{F} を含む最小の単調族を求めよ.

[2] (1) $\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-N}^N \frac{\sin x}{x} dx = \pi$ であることを示せ.

(2) $c > 0$ に対し, $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{|x| > c} \sin nx \frac{\sin(x^{2k})}{x^{2k+1}} dx$ を求めよ. ただし, k は 1 以上の整数である.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sin nx \frac{\sin(x^{2k})}{x^{2k+1}} dx$ を求めよ. ただし, k は 1 以上の整数である.

[3] 次のような, 区間 $[0, 1]$ 関数列 $\{f_n(x)\}_n$ を構成せよ. ただし考えている測度は Lebesgue 測度である.

(1) 各 $f_n(x)$ は区間 $[0, 1]$ 上の実数値可積分関数.

(2) $n \rightarrow \infty$ の時, $\int_0^1 |f_n(x)| dx \rightarrow 0$.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$ となるような $x \in [0, 1]$ は存在しない.

解答は別紙に書いて下さい. 解答用紙の裏面を使用してもけっこうです.