

## 解析学 IV 小テスト No. 5 の簡単な解説

1997 年 5 月 26 日

河東泰之

[1] たとえば Cantor set と  $\mathbb{Q}$  の和 .

[2]  $C$  の元  $x$  を 0, 2 だけを使って 2 進小数展開します . そして  $n$  桁目が 0, 2 のいずれであるかに応じて  $y_n = 0, 1$  と定め ,  $f(x) = (y_n) \in X$  で ,  $f: C \rightarrow X$  を定めます .  
これが全単射であることは簡単にわかります . あと , 位相の定義をよくながめて ,  $f$  も  $f^{-1}$  も連続であることを示します . (こちらはそんなに簡単ではありません .)

この  $X$  は , 離散位相空間  $\{0, 1\}$  の , 位相空間としての無限直積と言われるものです . この結果は直接は Lebesgue 積分とは関係ありませんが , Cantor set の有名な性質なので出してみました .

[3] 0 に収束する数列  $\{t_n\}_n$  を取って  $\{f_{t_n}(x)\}_n$  を考えるのが一番楽でしょう . 授業でもう少し説明します .

[4]  $n$  次元です .

配点は各問 25 点です . 最高点は 98 点 (1 人) , 平均点は 34.5 点でした .