

この試験は自筆ノート持ち込み可で行います(本, プリント, 人のノートのコピーなどは不可です。)時間は 90 分です。

[1] $V = \mathbf{R}^2$ から $W = \mathbf{R}^2$ への 1 次変換 T が, 自然な基底について, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ と表されているとする. この時, V の基底, $x'_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $x'_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ と W の基底, $y'_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $y'_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ に関する T の表示を求めよ.

[2] 次の行列 A を基本変形によって, 6 月 6 日の授業で示した簡単な形にせよ(各段階でどういう操作を行ったか, 明示すること. 例えば 〇に右から 〇をかけて, 〇になる, とか, あるいは, 〇の 3 行目に 2 行目の 2 倍を足して 〇になる, など.)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

[3] 次の行列 A の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -9 & -6 & 7 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

[4] 次の行列 A を対角化せよ.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -3 & -7 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

答は, $P^{-1}AP = D$ で, D が対角行列になるような P^{-1}, P, D を求めること.

[5] 次の行列 A の行列式が 0 になるように実数 a の値を定めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & a \end{pmatrix}$$

[6] 次の行列の Ker が 1 次元になるように実数 a の値を定めよ.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & a \\ 3 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$