1996 年度数理科学 II (文系) 期末テスト解説

1996 年 7 月 29 日 河東泰之

配点は 1 番から順に , 15, 15, 15, 20, 20, 15 点です . 平均点は , 63.2 点 , 得点分布は次のとおりでした .

	0-9 (点)	10–19	20-29	30–39	40–49	50-59	60–69	70-79	80-89	90–99	100
Ī	0(人)	4	5	9	11	18	15	21	14	9	11

全体的に計算問題主体なので , 計算ミスについては厳しく減点してあります . 特に , [1], [2], [3] についてそうです .

[1]

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

とおけば, 求める行列は

$$P^{-1}AQ = \begin{pmatrix} -61 & -23\\ 45 & 17 \end{pmatrix}$$

である.

[2] どのような順でやっても結局答は

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

である.

これはこの行列の ${\rm rank}$ が 2 であることはすぐにわかるので , 計算しなくても答はわかります .

[3] 公式通りに計算して

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

を得る.

[4] 普通に計算して ,

$$P = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2

を得る.

これも基本的に計算問題です $.P, P^{-1}$ は他の取り方もあります .

[5] a=6 とおくと,4 列めが 1 列めの 2 倍になるので,この時確かに行列式が 0 となる.一方,行列式をすなおに展開すると 24 項出てきて,a の 1 次式となるが,a の係数は

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -2 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

でありこれは0でないので,答は一つしかない.よって,a=6が答である.

24 項全部展開してできている人もいましたが,計算はなかなか大変です.3 次のときのようにたすきがけにして,a=14 という答を出している人がたくさんいましたが,間違いです.

[6] 行列式が 0 にならないといけないので,-26+2a=0 より,a=13 を得る.この時,確かに A の rank は 2 になっているので, $\operatorname{Ker}\ A$ は 1 次元である.