

2019 年解析学特別演習 III テスト (4)

2019 年 10 月 30 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

自筆ノート持ち込み可で行います。本，コピー等は不可です。(ノートをデジタル的にとっている人については，プリントアウトの持ち込みを認めます。) 計算用紙はありません。自分のノート等を使ってください。電子機器の使用は不可です。

途中の計算，説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] 次の値を求めよ。ただし ξ は実数である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^2} e^{-ix\xi} dx.$$

[2] 次の値を求めよ。ただし ξ は実数である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} e^{-ix\xi} dx.$$

[3] $f, g \in L^2(\mathbb{R}^n)$ に対し，

$$f * g(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x-y)g(y) dy$$

と定義する。 $f, g \in L^1(\mathbb{R}^n)$ の Fourier 変換は $\frac{1}{(2\pi)^n} \hat{f} * \hat{g}$ に等しいことを示せ。

[4] $x \in \mathbb{R}$ に対し， $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ とおく。[3] の意味での $f * f(x)$ を求めよ。