

2019 年解析学特別演習 III テスト (1)

2019 年 10 月 10 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

自筆ノート持ち込み可で行います。本、コピー等は不可です。(ノートをデジタル的
にとっている人については、プリントアウトの持ち込みを認めます。) 計算用紙はあ
りません。自分のノート等を使ってください。電子機器の使用は不可です。

途中の計算, 説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それ
に収まるように書いてください。

[1] 次の値を求めよ。ただし ξ は実数である。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x^2} e^{-ix\xi} dx.$$

[2] 次の条件をすべて満たす \mathbb{R} 上の関数 $f(x)$ の例を挙げよ。ただし考えている測度
は Lebesgue 測度である。

- (1) $f(x)$ は \mathbb{R} 上, 連続である。
- (2) $f(x)$ は \mathbb{R} 上, 可積分である。
- (3) $\hat{f}(\xi)$ は \mathbb{R} 上, 可積分でない。

[3] $f, g \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ ならば $f * g \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ であることを示せ。ただし $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ は, \mathbb{R} 上の急
減少関数の空間である

[4] 次の命題は正しいか。正しいければ証明し, 誤っていれば反例を挙げよ。ただし
 $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ は, \mathbb{R} 上の急減少関数の空間である。

$f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}), g \in L^1(\mathbb{R})$ ならば $f * g \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ である。