

2018 年解析学特別演習 III テスト (5)

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

自筆ノート持ち込み可で行います。本、コピー等は不可です。計算用紙はありません。自分のノート等を使ってください。電子機器の使用は不可です。

途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] $1 \leq p < \infty$ に対し, $f \in L^p(\mathbf{R})$ とする. $\lim_{t \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} |f(x-t) - f(x)|^p dx = 0$ を示せ.

[2] $x \in \mathbf{R}$ に対し, $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ とする. $(f * f * \cdots * f)(x)$ を求めよ. ただし f の数は k 個である.

[3] $\varepsilon > 0, \xi \in \mathbf{R}, f \in L^2(\mathbf{R})$ に対し, $g_\varepsilon(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-\varepsilon x^2}e^{-ix\xi} dx$ とおく.

(1) $g_\varepsilon \in L^2(\mathbf{R})$ を示せ.

(2) $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \|g_\varepsilon - \hat{f}\|_2 = 0$ を示せ.

[4] $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ix\xi}}{(1+x^2)^2} dx$ を求めよ. ただし ξ は実数である.