

解析学特別演習 II・小テスト解答解説 (5)

2011 年 12 月 5 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

配点は 40, 30, 30 点です。最高点は 70 点 (1 人), 平均点は 40.8 点でした。今回は臨時なので, 点数が悪くてもノーカウントで, 良い時のみ加算します。

略解をつけます, これはかなり省略してあるので, できなかった人はよく考えて復習してください。

[1]  $\hat{f}(\xi - \eta)$  の Fourier 逆変換を見るか, あるいは  $f, g$  が急減少の場合をまずやって  $L^2$ -近似するかすればできます。

[2] Plancherel の定理ですぐできます。  $\pi/2$  です。

[3]  $f(x) = e^{-x^4}$  とおきます。これは急減少なので Plancherel の定理でまず

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \pi \chi_{[-1,1]} n^{1/4} \hat{f}(n^{1/4} x) dx$$

になり, 置換積分で

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \pi \chi_{[-n^{1/4}, n^{1/4}]} \hat{f}(x) dx$$

になり, この極限は

$$\frac{\pi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(x) dx = \pi f(0) = \pi$$

となります。