

解析学特別演習 II・小テスト (8)

2011 年 1 月 31 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

時間は 13:00 ~ 14:30 です .

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください . 裏面を使用してもかまいませんが , その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください .

自筆ノート持ち込み可で行います . 本 , コピー等は不可です . 計算用紙はありません . 自分のノート等を使ってください .

[1] $x \in \mathbf{R}$ に対し , $f(x) = \max(1 - |x|, 0)$ とおく . また正の整数 k について , $f_k = f * f * \cdots * f$ (k 個の f の convolution) とおく . 0 以上の整数 m と , $p \in [1, \infty)$ について , f_k が , どの Sobolev 空間 $W^{m,p}(\mathbf{R})$ の元となるか答えよ .

[2] $L^2(\mathbf{R})$ の元 f で , $s \geq 5/2$ では $f \notin H^s(\mathbf{R})$ となるが , $0 \leq s < 5/2$ では $f \in H^s(\mathbf{R})$ となるようなものの例を具体的に挙げよ . ただし具体的とは , 積分などを含まずに各点での値が明示的に表示されているもののことである .

[3] $L^2(\mathbf{R})$ の元 f で , すべての $s \geq 0$ について $f \in H^s(\mathbf{R})$ となるが , 急減少関数ではないものの例を具体的に挙げよ . ただし具体的とは , 積分などを含まずに各点での値が明示的に表示されているもののことである .