

解析学特別演習 II・小テスト (7)

2011 年 1 月 17 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

時間は 13:00 ~ 14:30 です .

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください . 裏面を使用してもかまいませんが , その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください .

自筆ノート持ち込み可で行います . 本 , コピー等は不可です . 計算用紙はありません . 自分のノート等を使ってください .

[1] \mathbf{R} 上のコンパクト台超関数 T で , $(\sum_{n \in \mathbf{Z}} \delta_n) * T = 0, T \neq 0$ となるものの例を一つ挙げよ . 理由をきちんと説明すること .

[2] \mathbf{R}^n 上の試験関数列 $\{\varphi_k\}_{k=1,2,\dots}^\infty$ が $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbf{R}^n)$ に収束するとする . この時 , \mathbf{R}^n 上の超関数 T に対し , 次の問いに答えよ .

(1) $k \rightarrow \infty$ のとき $(T * \varphi_k)(x) \rightarrow (T * \varphi)(x)$ と各点収束することを示せ .

(2) (1) における収束は , $\mathcal{E}(\mathbf{R}^n)$ における収束であるか . 理由をつけて答えよ .

[3] \mathbf{R} 上の超関数 p.v. $\frac{1}{x}$ を T とおき , $[-1, 1]$ の特性関数を \mathbf{R} 上の超関数と思っ
たものを S と書く . $T * S$ を求めよ .