

解析学特別演習 II・小テスト (4)

2007 年 12 月 3 日 10:00-12:15

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答は別紙に書いてください。学生証番号、氏名を一番上に書いてください。自筆ノートのみ持込可で行います。

以下のすべての問題で、考えている測度は Lebesgue 測度である。

[1] $[0, 2\pi]$ 上の可積分関数 f に対し、その Fourier 係数を $a_n = \int_0^{2\pi} f(x)e^{-inx} dx$, $n \in \mathbf{Z}$, と定める。 $\sum_{n \in \mathbf{Z}} |a_n|^2 < \infty$ であれば、 $f \in L^2([0, 2\pi])$ であることを示せ。

[2] $t > 0$ に対し、 $f(t) = \sum_{n \in \mathbf{Z}} \frac{1}{e^{nt} + e^{-nt}}$ とおく。 $tf(\pi t) = f(\pi/t)$ を示せ。

[3] $\sum_{n \neq 0, n \in \mathbf{Z}} \frac{1}{n^2} e^{inx}$ の値を具体的に求めよ。

[4]

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(2n-1)^3}$$

の値を求めよ。