

解析学特別演習 II・小テスト (7)

2008 年 1 月 29 日 13:00–14:30

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答は別紙に書いてください。学生証番号、氏名を一番上に書いてください。自筆ノートのみ持込可で行います。

[1] \mathbf{R} 上の超関数 T は、任意の試験関数 $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbf{R})$ に対して、 $T * \varphi = \varphi'$ を満たすとする。このような T をすべて求めよ。

[2] \mathbf{R} 上の緩増加超関数 T は、 $T'' + T = 0$ を満たすとする。このような T をすべて求めよ。

[3] \mathbf{R} 上の緩増加超関数 T は、任意の急減少関数 $\varphi \in \mathcal{S}(\mathbf{R})$ に対して、 $T * \varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx$ を満たすとする。ただし右辺は定数関数を表す。このような T をすべて求めよ。

[4] \mathbf{R} 上の次の関数は、どの範囲の Sobolev 空間 $H^s(\mathbf{R})$ に入るか。 $s > 0$ の範囲を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \text{ の場合,} \\ x + 2, & -2 \leq x \leq -1 \text{ の場合,} \\ -x, & -1 \leq x \leq 1 \text{ の場合,} \\ x - 2, & 1 \leq x \leq 2 \text{ の場合,} \\ 0, & x \geq 2 \text{ の場合.} \end{cases}$$