解析学特別演習 II・小テスト (6)

2007 年 12 月 18 日 13:00–14:30
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
`http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/`

解答は別紙に書いてください．学生証番号，氏名を一番上に書いてください．自筆ノートのみ持込可で行います．

[1] T を $\mathbf{R}$ 上の緩増加関数とする．このとき，xT, T' も緩増加超関数であることを示せ．(このことは 12/17 の授業で「簡単にわかる」と言って証明なしに使ったことです．定義や基本性質を使って証明してください．)

[2] (1) $\sum_{n\in\mathbf{Z}} \delta_n$ が $\mathbf{R}$ 上の超関数として収束することを示せ．
(2) $\sum_{n\in\mathbf{Z}} \delta_n$ が $\mathbf{R}$ 上の緩増加超関数であることを示せ．
(3) $\sum_{n\in\mathbf{Z}} \delta_n$ の Fourier 変換を求めよ．

[3] $x \in \mathbf{R}$ に対し，

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & \text{if } x > 0, \\ -1, & \text{if } x < 0, \\ 0, & \text{if } x = 0, \end{cases}$$

と定める．
(1) sgn $(\sin x)$ は $\mathbf{R}$ 上の緩増加超関数であることを示せ．
(2) sgn $(\sin x)$ の Fourier 変換を求めよ．