

2004 年 7 月 20 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

中間テスト (1), (2) の解答と簡単な解説をつけます .

中間テスト (1) . 配点は , [1] 20 点  $\times$  3, [2] 25 点  $\times$  2, [3] (1) 15 点 (2) 10 点 (3) 20 点の 155 点満点です .

このテストの最高点は 112 点 (1 人) , 平均点は 63 点 , その得点の分布は次のとおりです .

0-49 (点)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100-
8 (人)	5	8	2	3	1	3

[1] いずれの場合も最大値 , 最小値はあることがわかり , Lagrange 乗数法を使います .  $\varphi_x = \varphi_y = 0$  になることはないのがチェックできます . (なお , 別に Lagrange 乗数法を使えとは指定していないので , 他の方法でも正しく答えが出ていれば満点です .)

(1) 最大値は ,  $\sqrt{5/6}$  , 最小値は  $-\sqrt{5/6}$  .

(2) 最大値は ,  $2 + \sqrt{2}$  , 最小値は 1 .

(3) 最大値は 2 , 最小値は ,  $1/2$  .

[2] (1) 極座標に直して計算します . 答えは  $512/75$  .

(2) 球座標に直して計算します . 答えは  $4\pi/15$  .

[3] (1)  $x = 2^{1/3}$  で  $y = 2^{2/3}$  が極大値です . 漸近線は  $x + y = -1$  で , 直線  $y = x$  について対称なグラフです .

(2)  $x = 0$  と  $x = 2^{2/3}$  以外で , 逆関数定理が使えて O.K. です .

(3) 第一象限の部分を極座標で書きます .  $\theta$  での積分は ,  $t = \tan^3 \theta$  と置換します . 答えは  $3/2$  .

中間テスト (2) . 配点は , [1] 15 点  $\times$  3, [2] 15 点 , [3] 20 点  $\times$  2 の 100 点満点です .

このテストの最高点は 89 点 (2 人) , 平均点は 60 点 , その得点の分布は次のとおりです .

0-49 (点)	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99	100
12 (人)	2	6	6	7	0	0

[1] (1) 最大値は  $9/4$  , 最小値はなし .  $x = y = 0$  で ,  $\varphi_x = \varphi_y = 0$  となることに注意しないと減点 .

(2) 最大値は  $1/4$  , 最小値は  $-1/4$  .

(3) 最大値は  $5/6$ , 最小値は  $-35/6$ .

[2] 定義どおり計算して  $\pi a\sqrt{a^2 + b^2}$ . 答えだけなら小中学生でも知っていますが, それが授業で「定義」した曲面積と一致することを何らかの方法で示す必要があります. したがって答えだけあっても 0 点です.

[3] (1) 普通に計算して答えは  $3/4$ .

(2) 同じく普通に計算して答えは  $(\log 2 + 15/16)\pi$