

博士課程学生 (Doctoral Course Students)

森田 陽介 (MORITA Yosuke)

(学振 DC1)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

等質空間 G/H の開集合を G の作用で貼り合わせて得られる空間 M のことを, G/H を局所モデルに持つ多様体という. Clifford–Klein 形 $\Gamma \backslash G/H$ がその典型的な例である.

G/H 上の G -不変微分形式が与えられると, G/H を局所モデルとする多様体 M の上にも自然に微分形式が定まる. この対応はコホモロジー間の準同型 $H^\bullet(\mathfrak{g}, H, \mathbb{R}) \rightarrow H^\bullet(M, \mathbb{R})$ を誘導する. Lie 環の相対コホモロジー $H^\bullet(\mathfrak{g}, H, \mathbb{R})$ と多様体の de Rham コホモロジー $H^\bullet(M, \mathbb{R})$ の性質を比較することで, G/H を局所モデルとする多様体が満たすべき性質を調べることができる.

昨年度の研究では小林俊行–小野薫両氏の結果を進展させる形で, G/H が簡約型等質空間などの場合に, G/H を局所モデルとするコンパクト多様体が存在するためのコホモロジー的な障害を与えた. 本年度はさらにこの結果を一般の等質空間に対して拡張した. 応用として, 可解な実線型代数群の 1 次元以上の余随伴軌道を局所モデルとするコンパクト多様体は存在しないという結果を得た. また, 前述の条件を満たす既約対称空間の分類を発表した.

A manifold M is said to be locally modelled on a homogeneous space G/H if it is covered by open sets that are diffeomorphic to open sets of G/H and their transition functions are locally in G . A typical example is a Clifford–Klein form $\Gamma \backslash G/H$.

For each G -invariant differential form on G/H , we can assign the “locally G -invariant” differential form on a manifold M locally modelled on G/H . This assignment induces a homomorphism $H^\bullet(\mathfrak{g}, H, \mathbb{R}) \rightarrow H^\bullet(M, \mathbb{R})$. Comparing behaviour of $H^\bullet(\mathfrak{g}, H, \mathbb{R})$ and $H^\bullet(M, \mathbb{R})$, we get some information on manifolds locally modelled on G/H .

In last academic year, extending the result of Kobayashi–Ono, I gave a necessary condition for the existence of a compact manifold locally modelled on a homogeneous space G/H of reductive type. In this academic year, I

generalised my result to a homogeneous space G/H of nonreductive type. As an application, I proved that no compact manifold is locally modelled on a positive dimensional coadjoint orbit of a solvable real linear algebraic group. Also, I published a list of the symmetric spaces satisfying this necessary condition.

B. 発表論文

1. Y. Morita, A topological necessary condition for the existence of compact Clifford–Klein forms, arXiv:1310.7096v2, to appear in J. Differential Geom.
2. Y. Morita, Obstructions for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, 東京大学修士論文 (2014).
3. Y. Morita, Semisimple symmetric spaces without compact manifolds locally modelled thereon, Proc. Japan. Acad. Ser. A Math. Sci. **90** (2015) 29–33.

C. 口頭発表

1. 簡約型等質空間がコンパクト商を持つための位相的制約, 2013 年度表現論シンポジウム, マホロバマインズ三浦, 2013 年 11 月.
2. 等質空間がコンパクト商を持つための位相的制約, 表現論と調和解析の新たな進展, 京都大学数理解析研究所, 2014 年 6 月.
3. A necessary condition for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, 第 61 回幾何学シンポジウム, 名城大学, 2014 年 8 月.
4. Y. Benoist “Actions propres sur les espaces homogènes réductifs” Chapitre 4 の解説, リー群の表現論と群作用についての研究会, 玉原国際セミナーハウス, 2014 年 8 月.
5. A necessary condition for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, Rigidity School, Tokyo 2014 (2nd), 東京大学, 2014 年 11 月.
6. 等質空間を局所モデルとするコンパクト多様体が存在するための障害, 広島大学トポ

ロジャー・幾何セミナー, 広島大学, 2014 年
12 月.

7. A necessary condition for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, 2015 East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics, National Taiwan University, 2015 年 1 月.
8. Volume forms and compact Clifford-Klein forms, ワークショップ「不連続群の変形とその周辺」, 名古屋大学, 2015 年 2 月.

G. 受賞

1. 理学部学修奨励賞 (2012).
2. 東京大学総長賞 (2012).
3. 数理科学研究科長賞 (2014).