

# 重複のない表現と 複素多様体における可視的な作用\*

京都大学・数理解析研究所 小林俊行 (Toshiyuki Kobayashi)

## 概要

「重複のない表現」は既約表現を一般化した概念であり、直観的にいうと、同じ既約表現が2度以上現れない表現をいう。

古典的な展開定理、例えば、Taylor 展開、Fourier 変換、球関数による展開、Gelfand-Tsetlin 基底による展開など、普段は意識さえしないくらい当たり前に使っている展開定理の背後に、「重複のない表現」がしばしば隠れている。そして、この「重複がない」という性質こそが、これらの展開定理が人工性を帯びない自然 (canonical) なものであり有用であるということの背後から支えていると見ることもできる。

それでは、「重複のない表現」はどのようにして発見することができるのだろうか？

この講演では、複素多様体における『可視的な作用』という概念を導入し、この幾何的条件の下で、無重複という性質が、ファイバーから切断の空間に伝播するという一般理論を紹介する。

次に、複素多様体がいつ可視的な作用をもつかを調べ、上記の一般論と合わせることによって、有限次元表現の場合だけでなく、連続スペクトラムが現れるような無限次元表現に対しても、さまざまな無重複度定理を一気に得ることができる。講演では、これまで“散在”していた無重複度定理が統一的に理解できる例など、できるだけ多くの具体例を通して、上記の理論の一端を紹介する予定である。

一方、「可視的な作用」をもつ空間上の解析は、群軌道の余次元が高い（従って軌道は連続無限個ある）場合の大域解析を扱うことになる。無限個の軌道をもつ多様体上の大域解析に関しては、従来、一般的な理論は殆ど知られていなかったが、定理 3.1 とそれに引き続く諸結果は、その一つの試みにもなっている。

この予稿では、これらの内容に関する最近の文献案内に力点をおいた。

---

\*第 53 回幾何学シンポジウム，全体講演予稿，金沢大学，2006 年 8 月 5-8 日。

# 1 重複のない表現

## 1.1 重複のない表現とは何か?

$\pi : G \rightarrow GL(\mathcal{H})$  を有限次元ベクトル空間  $\mathcal{H}$  上の  $G$  の表現とする.  $(\pi, \mathcal{H})$  が完全可約ならば, 以下のような既約分解が得られる:

$$(1.1) \quad \pi \simeq \bigoplus_{\mu} \underbrace{\mu \oplus \cdots \oplus \mu}_{m_{\pi}(\mu)},$$

ここで,  $\mu$  は  $G$  の既約表現全体を互るものとする. 非負整数  $m_{\pi}(\mu)$  は  $\dim \text{Hom}_G(\mu, \pi)$  と等しく,  $\pi$  における  $\mu$  の**重複度**と呼ばれる.  $G$  の任意の既約表現  $\mu$  に対して,  $m_{\pi}(\mu) \leq 1$  が成り立つとき, 表現  $\pi$  を**重複のない表現**という.

一方, 無限次元表現  $\pi$  に対しては, (1.1) のように離散的直和分解が存在するというわけではない (離散分解が可能かどうかの判定条件やその基礎理論については [Ko94, Ko98a, Ko98b, Ko02] 参照). しかし,  $\pi$  がユニタリ表現の場合は, その既約分解に連続スペクトラムが存在する場合であっても, 以下のようにして「重複のない表現」の概念を定義することができる.  $\pi : G \rightarrow GL(\mathcal{H})$  を  $\mathbb{C}$  上の Hilbert 空間  $\mathcal{H}$  上の  $G$  のユニタリ表現とし,  $G$  の作用と可換な  $\mathcal{H}$  の連続準同型からなる環を  $\text{End}_G(\mathcal{H})$  と表す.

**定義 1.1.**  $(\pi, \mathcal{H})$  が**重複のない表現**であるとは環  $\text{End}_G(\mathcal{H})$  が可換であることと定義する.

$G$  が I 型の局所コンパクト群 (例えば, 代数群, 簡約群など) ならば,  $G$  のユニタリ表現は既約なユニタリ表現の直積分に一意的に分解される:

$$\pi \simeq \int_{\widehat{G}} m_{\pi}(\mu) \mu \, d\sigma(\mu),$$

ここで  $\widehat{G}$  は  $G$  のユニタリ双対 ( $G$  の既約ユニタリ表現の同値類の集合) を表す. また,  $\sigma$  は  $\widehat{G}$  上の Borel 測度を,  $m_{\pi} : \widehat{G} \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$  は重複度関数を表す. ユニタリ表現に対する Schur の補題から,  $(\pi, \mathcal{H})$  が定義 1.1 の意味で重複のないことと, 測度  $\sigma$  に関して殆ど全ての  $\mu \in \widehat{G}$  に対して  $m_{\pi}(\mu) \leq 1$  が成り立つこととは同値になる.

## 1.2 なぜ重複のない表現が面白いのか？

重複のない表現は既約表現を一般化した概念である．1 つ 1 つの既約表現が Only One, すなわち, 高々 1 度きりしか現れないという性質によって, 既約分解は人工的ではなく自然 (canonical) なものになる．これに応じて, 群の作用を保つ任意の作用素が**対角化**でき, これが色々な場合で役に立つのである<sup>1</sup>.

無重複表現がなぜ面白いかについての他の観点については [Ko05a, Section 1.1] でも既に述べたので, ここではこれ以上繰り返さないことにしよう.

## 1.3 重複のない表現の既知の例

重複のない表現の具体例のリストは, いろいろな設定で implicit/explicit に多くのものが長い年月の間に蓄積されている．例えば,

- Taylor 級数展開,
- Fourier 展開,
- 球調和関数の理論,
- Peter–Weyl の定理,
- コンパクト対称空間の Cartan–Helgason の定理,
- $GL_n \downarrow GL_{n-1}, O_n \downarrow O_{n-1}$  の分岐則,
- $SL_2$  の Clebsch–Gordan の公式,
- Pieri の公式,
- $GL_m$ – $GL_n$  双対性,
- Riemann 対称空間に対する Plancherel の公式,

---

<sup>1</sup>逆に言えば, 作用素が非常に具体的に記述できる場合に, その背後に無重複表現が隠れているとしても, 偶然ではない

- Gelfand–Graev–Vershik の canonical 表現,
- Hua–Kostant–Schmid  $K$ -type 公式,
- 無重複線型空間の Kac による分類,
- 球多様体の Krämer–Brion による分類,
- 球冪零軌道の Panyushev による分類,
- 重複のないテンソル積の Stembridge による分類.

これらの表現が重複がないという性質をもつことは、それぞれの設定に即した手法により証明されてきた。その証明法には組合せ論のアルゴリズムによる直接の計算、代数幾何的なもの（特に、Borel 部分群の作用）、岩堀–Hecke 代数 (e.g. [Ge50])、Schur–Weyl–Howe 双対性 (e.g. [Ho89, Ho95]) 等、いろいろなものがある ([Ko05a] とその文献を参照)。

ただし、これらの従来手法はそれぞれかなり広い設定で強力であるが、どの手法も、単独では、例えば上述の例を一網打尽に説明できるわけではない。

## 1.4 重複のない表現への新しいアプローチ

この講演では複素幾何に基づいた**単純な原理** ([Ko06a]) によって、上述の例のようなさまざまな無重複定理が幾何的に説明できることを説明する。

我々の理論の道具立ては Section 3 で述べる。その前に複素多様体における「可視的な作用」(Section 2 参照) の概念を説明しよう。

## 2 複素多様体上の可視的な作用

### 2.1 複素多様体上の可視的な作用

$D$  を複素構造  $J$  をもつ連結な複素多様体とする。Lie 群  $G$  が  $D$  に正則に作用していると仮定しよう。

**定義 2.1** ([Ko04, Definition 2.3]). この作用が**準可視的 (previsible)** であるとは, 全実 (totally real) 部分多様体  $S$  で  $D' := H \cdot S$  が  $D$  で開集合となるようなものが存在するということと定義する.

準可視的な作用が**可視的 (visible)** であるとは,

$$J_x(T_x S) \subset T_x(H \cdot x) \quad \text{for any } x \in S$$

が成り立つときをいう.

## 2.2 強可視的な作用

**定義 2.2** ([Ko05a, Definition 3.3.1]). 準可視的な作用が**強可視的 (strongly visible)** であるとは,  $D'$  の反正則な微分同相写像で,  $\sigma|_S = \text{id}$  で  $\sigma$  が  $D'$  の各  $H$  軌道を保つようなものが存在するときをいう.

強可視的な作用は可視的である ([Ko05a, Theorem 4]).

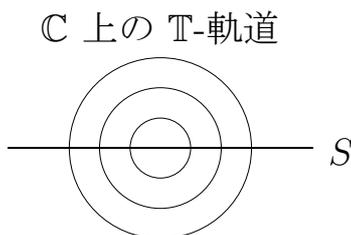
## 2.3 可視的な作用の例

論文 [Ko06b, Ko06c], [Ko05a, Section 5] では, 複素旗多様体上の作用がいつ強可視的になるかという分類問題を扱い, さらにより精密な幾何構造を理解しようと試みた. 可視的な作用の例をひとつたび得れば, それを道具として有限次元 & 無限次元の様々な無重複度定理を証明することができる. これについては定理 3.1 で説明する.

可視的な作用の最も簡単な例から始めよう. 一次元トーラス群  $\mathbb{T} = \{t \in \mathbb{C} : |t| = 1\}$  の  $\mathbb{C}$  への自然な作用

$$\mathbb{T} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, \quad (t, z) \mapsto tz$$

を考えよう. この作用は以下の形から可視的であることが分かる. ここで  $S := \mathbb{R} \setminus \{0\}$  とおいた:



この作用は強可視的でもある．実際， $\sigma$  を複素共役  $\sigma(z) := \bar{z}$  ととれば定義 2.2 を満たしていることがわかる．

次に， $SL_2$  の例を考えよう ([Ko05a, Example 5.4.1])：

**例 2.3.**  $G = SL(2, \mathbb{R})$  とし， $G$  の一次元部分群を次のように定義する：

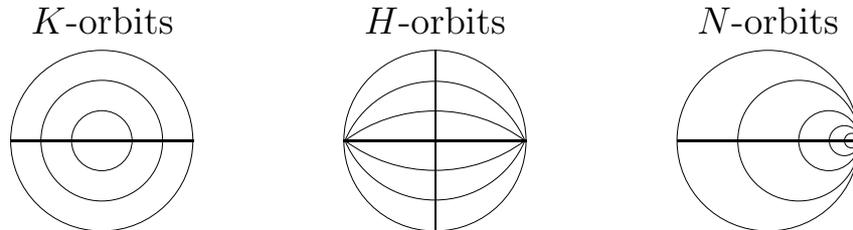
$$K := \left\{ \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} : \theta \in \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z} \right\},$$

$$H := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a^{-1} \end{pmatrix} : a > 0 \right\},$$

$$N := \left\{ \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} \right\}.$$

このとき， $(G, K)$  と  $(G, H)$  は共に対称対であり， $N$  は  $G$  の極大な冪単部分群である．

今の例では， $G/K$  は Poincaré 円板と同型なエルミート対称空間となっている．次の図からわかるように， $G$  の部分群  $K, H, N$  の  $G/K$  への作用は全て強可視的となる．



## 2.4 対称空間上の可視的な作用

論文 [Ko06b] では，対称空間への可視的な作用を特に研究した．[Ko06b] の主要な結果の一つは：

**定理 2.4** ([Ko06b]).  $G/K$  をエルミート対称空間， $(G, H)$  を任意の半単純対称対とする．このとき  $G/K$  上の  $H$ -作用は強可視的である．

定理 2.4 は例 2.3 の最初の二つの場合（すなわち， $K$ -作用と  $H$ -作用）の一般化である．定理 2.4 の表現論への応用は有限次元表現，無限次元表現の両方について [Ko06d, Theorems A–F] で述べられている．

## 2.5 シンプレクティック多様体上の coisotropic な作用

我々は、複素多様体に対して「可視的な作用」という概念を導入した。一方、シンプレクティック多様体やリーマン多様体に対しては、可視的な作用と（少なくとも表面上は）似た概念が以前から知られている。

まず、Guillemin–Sternberg によるシンプレクティック多様体  $(D, \omega)$  上の coisotropic な作用（multiplicity-free な作用）という概念を思い起こそう：

部分多様体  $S$  が *coisotropic* であるとは、 $S$  の任意の元  $x$  に対して、

$$(T_x S)^{\perp \omega} \subset T_x S$$

が成り立つときをいう。ここで、

$$(T_x S)^{\perp \omega} := \{u \in T_x D : \omega(u, v) = 0 \text{ for any } v \in T_x S\}.$$

$S$  の次元が  $D$  の次元の半分の場合は、 $S$  が coisotropic であることと Lagrangian であることは同値である。

**定義 2.5** (Guillemin–Sternberg). コンパクト Lie 群  $G$  が  $D$  にシンプレクティック多様体としての自己同型で作用しているとする。すべての principal 軌道  $G \cdot x$  がシンプレクティック形式  $\omega$  に関して coisotropic であるとき、作用が *coisotropic* であるという。

## 2.6 リーマン多様体上の Polar な作用

可視的な作用と対比できる概念はリーマン多様体に対しても知られている。 $(D, g)$  をリーマン多様体、 $G$  を  $D$  に等長に作用するコンパクト Lie 群とする。

**定義 2.6** (e.g. [PT02]). この作用が *polar* であるとは、次の二つの性質をもつ部分多様体  $S$  が存在するときをいう：

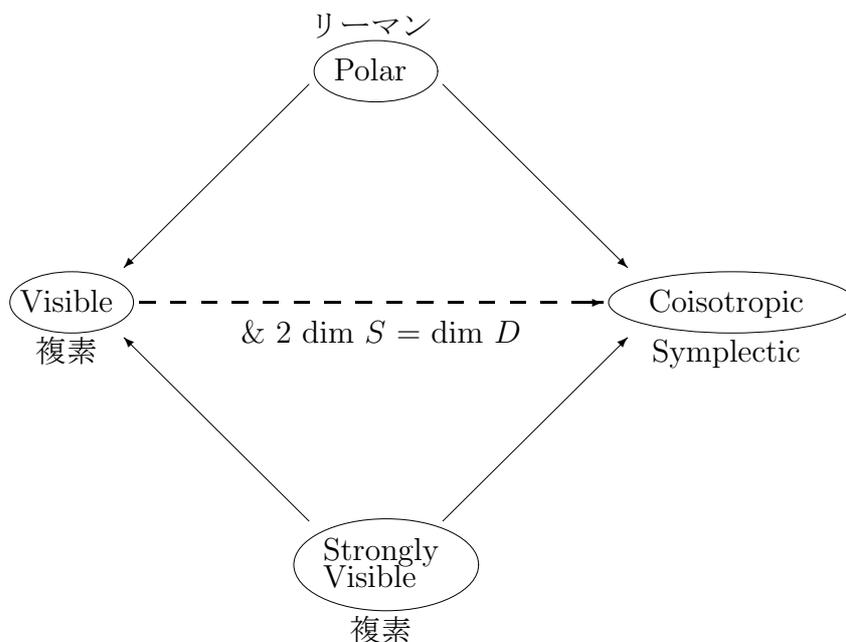
$S$  は各  $G$ -軌道と交わる。

$$T_x S \perp T_x(G \cdot x) \quad (\forall x \in S).$$

## 2.7 Coisotropic な作用, polar な作用, 可視的な作用

Kähler 多様体はシンプレクティック構造, リーマン構造, 複素構造の三つの全ての幾何構造を持っている. 従って, シンプレクティック多様体に対する coisotropic な作用, リーマン多様体に対する polar な作用, 複素多様体に対する可視的な作用の概念は Kähler 多様体の上で比較できることになる. 但し, coisotropic, polar な作用に関する従来の文献では通常コンパクト性が課されているので<sup>2</sup>, ここでの比較もコンパクト性を仮定しよう.

$G$  をコンパクト Kähler 多様体に双正則で等長に作用するコンパクト Lie 群とする. このとき, 以下の関係が成り立つ:



正確な定式化とそれらの証明に関しては [Ko05a, Theorems 7, 8, 9], [PT02] を参照されたい.

## 3 無重複度定理

最後に, 複素多様体上の強可視的な作用の概念がどのように無重複度定理の定式化に用いられているかについて説明しよう.

<sup>2</sup>一方, 可視的な作用に関しては, 無限次元表現への応用を見込んでいるため, コンパクト性を課していない

### 3.1 無重複度定理

Lie 群  $G$  が複素多様体  $D$  に強可視的に作用しているとする.  $G$  の群自己同型  $\tilde{\sigma}$  が

$$\tilde{\sigma}(g) \cdot \sigma(x) = \sigma(g \cdot x) \quad (g \in G, x \in D')$$

をみたすとき *compatible* であると呼ぶことにする. このとき, 無重複の伝播に関する定理を次の形で述べることができる (cf. [FT99, Ko97, Ko00]) :

**定理 3.1** ([Ko06a, Theorem 4.3]).  $\mathcal{V} \rightarrow D$  を  $G$ -同変エルミート正則ベクトル束とし, 以下の三条件が成り立つとする :

- 1) (底空間) 底空間への  $G$ -作用は強可視的であり, さらに  $G$  の *compatible* な群自己同型が存在する.
- 2) (ファイバー) 任意の  $x \in S$  に対し,  $x$  における固定部分群  $G_x$  の  $\mathcal{V}_x$  への線型表現は重複のない表現である. その既約分解を

$$\mathcal{V}_x = \bigoplus_{i=1}^{n(x)} \mathcal{V}_x^{(i)}$$

と表す.

- 3) (*Compatibility*)  $D$  の反正則微分同相写像  $\sigma$  は  $G$ -同変エルミート正則ベクトル束  $\mathcal{V}$  の反正則自己準同型 (これも  $\sigma$  と表すことにする) にもち上がり, 次の等式が成り立つ.

$$\sigma(\mathcal{V}_x^{(i)}) = \mathcal{V}_x^{(i)} \quad \text{for } 1 \leq i \leq n(x), x \in S.$$

このとき,  $G$  のユニタリ表現が大域的な正則切断の空間  $\mathcal{O}(D, \mathcal{V})$  の部分表現として実現されるならば, それは重複のない表現である.

この定理をファイバーから大域的な切断への無重複性の**伝播定理**とみなすことができる.

表現における何らかの性質がファイバーから切断（あるいはコホモロジー）の空間に伝播するという型の定理は、表現論ではしばしば極めて重要な道具になる．例えばユニタリ化可能という性質に関する伝播定理は、誘導表現については Mackey によって 1950 年代に、導来関手を用いた誘導表現については Vogan と Wallach によって 1980 年代に証明されユニタリ表現論の基本的な道具となっている．一方、定理 3.1 は「重複がない」という性質に関する伝播定理であり、等質でなくても強可視的という条件があれば成り立つという点に注目されたい．

定理 3.1 のもう一つの大事な側面は**無限個の軌道**をもつ多様体上の大域解析に対する新しい試みとなっていることである（唯一つの軌道をもつ多様体，すなわち，等質空間を基本的に扱う，非可換調和解析には既に多くの研究がある）．このためには無限個の軌道を統制する必要があるが，強可視性の定義に現れる反正則な自己同型  $\sigma$  がその役割を果たしている．

### 3.2 スライス $S$ の表現論的な意味

定理 3.1 の設定において，スライス  $S$  をできる限り小さくとる．このとき， $\mathcal{O}(D, \mathcal{V})$  におけるユニタリ表現の重複のない既約分解のスペクトラムと強可視的な作用との間の関係の予想を述べておこう：

#### 予想 3.2.

- 1)  $S$  の次元は切断の空間  $\mathcal{O}(D, \mathcal{V})$  に実現されるユニタリ表現  $\pi$  の既約分解に現れる既約表現の本質的に独立なパラメータの数をこえない．
- 2) 「非退化」な表現  $\pi$  に対しては，これらの二つの数は一致する．

上記の予想は特別な場合には成り立つ．例えば：

- 1)  $S = \{\text{一点}\}$ ．

この場合， $\mathcal{O}(D, \mathcal{V})$  に実現される任意のユニタリ表現は，それが 0 でなければ既約である [KoS68]．特に，予想が成り立つ．

2)  $G/K$  をエルミート対称空間,  $(G, H)$  を半単純対称対とする. このとき,  $G/K$  上の  $H$ -作用が強可視的でスライス  $S$  の次元は  $k := \mathbb{R}\text{-rank } G/H$  である ([Ko06b]). 他方,  $G$  の正則離散系列表現を  $H$  に制限したときの分岐則は  $k$  個の独立なパラメータを含むことが証明されている (特別な場合は Hua–Kostant–Schmid の  $K$ -type 公式であり, それを含む一般的な公式は [Ko97, Ko06d] を参照).

### 3.3 具体的な無重複度定理への応用

複素多様体への群作用がいつ可視的になるかを調べることによって, 具体的な場合に様々な無重複度定理 (例えば Section 1 であげた例) を得ることができる (論文 [Ko04, Ko05a, Ko06d]).

例えば, 論文 [Ko04] では, 幾何的な考察によってテンソル積  $\pi_1 \otimes \pi_2$  が無重複であるような  $GL(n)$  の既約有限次元表現の全ての組  $(\pi_1, \pi_2)$  の分類表に新しい幾何的解釈を与えた ([Ko03] も参照). (このような組は意外なことに最近まで知られておらず, 組み合わせ論的な議論によって Stembridge [St01] によってようやく分類された.)

論文 [Ko05a] では無重複度定理への定理 3.1 の種々の応用例がまとめられている. 例えば  $GL(n)$  の球冪零軌道の Panyushev のリストも含まれている. 一方, 半単純対称対に関する制限の無重複度定理は [Ko06d] のメインテーマとして扱った.

### 3.4 具体的な分解公式

表現があらかじめ重複がないと分かっているならば, その既約分解を明示的に求めるという問題が実現性を帯びてくる. 実際, このような公式は美しい形をしていることがしばしばある. 重複のない既約分解の明示公式と, その展開定理の精密な解析の研究が, この 10 年間に大きく発展した. 例として以下の文献を挙げておこう: [A06, Bn02, BH98, DP01, Ko97, Ko06d, Ko03, Kr98, Nr02, O98, ØZ97, Pz96, Pz05, Z01, Z02].

### 3.5 古典的な極限 — 軌道法

我々の伝播定理 (定理 3.1) を「量子化」における結果とすれば, その「古典的極限」として「幾何的無重複度定理」なるものが成り立つと期待できる.

「幾何的無重複度定理」は, 複素多様体が同時にシンプレクティック構造をもつ場合 (例えばケーラー多様体) には, (非コンパクト) 群の作用のモーメント写像で述べることもできる. 論文 [KoN03] では半単純対称対  $(G, H)$  に対してこの「幾何的無重複度定理」の予想を定式化した. この予想は正しい (論文は準備中).

### 参考文献

- [A06] Alikawa H, Multiplicity free branching rules for outer automorphisms of simple Lie algebras, to appear in J. Math. Soc. Japan
- [Bn02] Ben Saïd S (2002) Weighted Bergman spaces on bounded symmetric domains. Pacific J. Math. 206:39–68
- [BH98] Bertram W, Hilgert J (1998) Hardy spaces and analytic continuation of Bergman spaces. Bull. Soc. Math. France 126:435–482
- [DH97] van Dijk G, Hille SC (1997) Canonical representations related to hyperbolic spaces. J. Funct. Anal. 147:109–139
- [DP01] van Dijk G, Pevzner M (2001) Berezin kernels of tube domains. J. Funct. Anal. 181:189–208
- [FT99] Faraut J, Thomas E (1999) Invariant Hilbert spaces of holomorphic functions. J. Lie Theory 9:383–402
- [Ge50] Gelfand IM (1950) Spherical functions on symmetric spaces. Dokl. Akad. Nauk. SSSR 70:5–8
- [Hi] Hilgert J, Reproducing kernels in representation theory, in preparation
- [Ho89] Howe R (1989) Transcending classical invariant theory. J. Amer. Math. Soc. 2:535–552
- [Ho95] Howe R (1995) Perspectives on invariant theory: Schur duality, multiplicity-free actions and beyond. Israel Math. Conf. Proc. 8:1–182

- [Hu63] Hua LK (1963) Harmonic Analysis of Functions of Several Complex Variables in the Classical Domains. Amer. Math. Soc.
- [JV79] Jakobsen HP, Vergne M (1979) Restrictions and expansions of holomorphic representations. J. Funct. Anal. 34:29–53
- [KoS68] Kobayashi S (1968) Irreducibility of certain unitary representations. J. Math. Soc. Japan 20:638–642
- [Ko94] Kobayashi T (1994) Discrete decomposability of the restriction of  $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$  with respect to reductive subgroups and its applications. Invent. Math. 117:181–205
- [Ko97] Kobayashi T (1997) Multiplicity free theorem in branching problems of unitary highest weight modules. Proceedings of the Symposium on Representation Theory held at Saga, Kyushu 1997, Mimachi K (ed) 9–17
- [Ko98a] Kobayashi T (1998) Discrete decomposability of the restriction of  $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$  with respect to reductive subgroups, Part II — micro-local analysis and asymptotic  $K$ -support. Ann. of Math. 147:709–729
- [Ko98b] Kobayashi T (1998) Discrete decomposability of the restriction of  $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$  with respect to reductive subgroups, Part III — restriction of Harish-Chandra modules and associated varieties. Invent. Math. 131:229–256
- [Ko00] Kobayashi T (2000) Multiplicity-free restrictions of unitary highest weight modules for reductive symmetric pairs, Preprint Series 2000–1 of UTMS. 39 pages
- [Ko02] Kobayashi T (2002) Branching problems of unitary representations. Proc. of I.C.M. 2002 at Beijing, vol. 2, Higher Ed. Press, Beijing, 615–627
- [Ko03] Kobayashi T (2003) Multiplicity one theorem on branching laws and geometry of complex manifolds. Surikaiseki Kokyuroku, RIMS 1348:1–9 (in Japanese), Exposition of Lie Theory and New Advances (organized by S. Ariki).
- [Ko04] Kobayashi T (2004) Geometry of multiplicity-free representations of  $GL(n)$ , visible actions on flag varieties, and triunity. Acta Appl. Math. 81:129–146
- [Ko05a] Kobayashi T (2005) Multiplicity-free representations and visible actions on complex manifolds. Publ. Res. Inst. Math. Sci. 41:497–549, special issue commemorating the fortieth anniversary of the founding of RIMS

- [Ko05b] Kobayashi T (2005) Theory of discretely decomposable restrictions of unitary representations of semisimple Lie groups and some applications. *Sugaku Expositions* 18:1–37, Amer. Math. Soc.
- [Ko06a] Kobayashi T, Propagation of multiplicity-free property for holomorphic vector bundles, preprint, math.RT/0607004
- [Ko06b] Kobayashi T, Visible actions on symmetric spaces, preprint, math.DG/0607005
- [Ko06c] Kobayashi T, A generalized Cartan decomposition for the double coset space  $(U(n_1) \times U(n_2) \times U(n_3)) \backslash U(n) / (U(p) \times U(q))$ , preprint, math.RT/0607006
- [Ko06d] Kobayashi T, Multiplicity-free theorems of the restrictions of unitary highest weight modules with respect to reductive symmetric pairs, to appear in *Progress in Math.*, T. Kobayashi, W. Schmid, and J.-H. Yang (eds), Birkhäuser
- [Ko06e] Kobayashi T, Introduction to visible actions on complex manifolds and multiplicity-free representations, *Developments of Cartan Geometry and Related Mathematical Problems* (edited by T. Morimoto), to appear in *Surikaiseki Kokyuroku*, RIMS.
- [Ko06f] 小林俊行, 東京大学・大阪市立大学・広島大学における講義録 (笹木集夢氏記), preliminary version.
- [KoN03] Kobayashi T, Nasrin S (2003) Multiplicity one theorem in the orbit method. *Lie Groups and Symmetric Spaces: In memory of F. I. Karpelevič, S. Gindikin* (ed), Translation Series 2, Amer. Math. Soc. 210:161–169
- [KoØ03] Kobayashi T, Ørsted B (2003) Analysis on the minimal representation of  $O(p, q)$ . II. Branching laws. *Adv. Math.* 180:513–550
- [Kr98] Krattenthaler C (1998) Identities for classical group characters of nearly rectangular shape, *J. Algebra* 209:1–61
- [Nb97] Neeb K-H (1997) On some classes of multiplicity free representations. *Manuscripta Math.* 92:389–407
- [Nr02] Neretin YA (2002) Plancherel formula for Berezin deformation of  $L^2$  on Riemannian symmetric space. *J. Funct. Anal.* 189:336–408
- [O98] Okada S (1998) Applications of minor summation formulas to rectangular-shaped representations of classical groups. *J. Algebra* 205:337–367

- [ÓØ96] Ólafsson G, Ørsted B (1996) Generalizations of the Bargmann transform. Lie Theory and its application in physics (Clausthal, 1995) Dobrev and Döbner (eds) World Scientific 3–14
- [ØZ97] Ørsted B, Zhang G (1997) Tensor products of analytic continuations of holomorphic discrete series. *Canad. J. Math.* 49:1224–1241
- [Pz96] Pevsner M (1996) Espace de Bergman d'un semi-groupe complexe. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.* 322:635–640
- [Pz05] Pevzner M (2005) Représentations des groupes de Lie conformes et quantification des espaces symétriques. Habilitation, l'université de Reims, 36pp.
- [PT02] Podestà F, Thorbergsson G (2002) Polar and coisotropic actions on Kähler manifolds. *Trans. Amer. Math. Soc.* 354:1759–1781
- [Rp79] Repka J (1979) Tensor products of holomorphic discrete series representations. *Canad. J. Math.* 31:836–844
- [Sc69] Schmid W (1969–70) Die Randwerte holomorphe Funktionen auf hermetisch symmetrischen Raumen. *Invent. Math.* 9:61–80
- [St01] Stembridge JR (2001) Multiplicity-free products of Schur functions. *Ann. Comb.* 5:113–121
- [Wo80] Wolf J (1980) Representations that remain irreducible on parabolic subgroups. *Differential geometrical methods in mathematical physics (Proc. Conf., Aix-en-Provence/Salamanca, 1979)*, pp. 129–144, *Lecture Notes in Math.* 836, Springer
- [Z01] Zhang G (2001) Tensor products of minimal holomorphic representations. *Represent. Theory* 5:164–190
- [Z02] Zhang G (2002) Branching coefficients of holomorphic representations and Segal-Bargmann transform. *J. Funct. Anal.* 195:306–349