

修士課程学生 (Master's Course Student)
田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

A. 研究概要

小林俊行氏が提唱した複素多様体に対する可視的な作用の理論を動機付けとして、コンパクトリー群 G に対するカルタン分解のある一般化 $G = LG^\sigma H$ について研究を行った。ただし、 σ は G の Weyl 対合であり、 L, H は G のレビ部分群である。1つの一般化カルタン分解 $G = LG^\sigma H$ から3つの強可視的作用 $L \curvearrowright G/H, H \curvearrowright G/L, \text{diag}(G) \curvearrowright (G \times G)/H \times L$ が得られ、3つの無重複定理 $\text{Ind}_H^G \chi_\lambda|_L, \text{Ind}_L^G \chi_\mu|_H, \text{Ind}_H^G \chi_\lambda \otimes \text{Ind}_L^G \chi_\mu$ が得られる (無重複性に関する三位一体定理)。ただし、 χ_λ, χ_μ はレビ部分群 H, L のユニタリ指標である。

カルタン分解の一般化については、対称対に対しては M. Flensted–Jensen 氏、B. Hoogenboom 氏、松木敏彦氏らによる研究があり、非対称対に対しては小林氏による A 型コンパクトリー群の分解理論がある。私は A 型以外のコンパクトリー群を扱い、結果として分解可能な組 (G, L, H) の分類及び分解 $G = LBH$ を満たす適当なスライス $B \subset G^\sigma$ を得て、これを修士論文としてまとめた。

Motivated by the theory of visible actions on complex manifolds, which was introduced by T. Kobayashi, I studied a generalization of the Cartan decomposition $G = LG^\sigma H$ for a connected compact Lie group G where σ is a Weyl involution of G and L, H are Levi subgroups of G . From one generalized Cartan decomposition $G = LG^\sigma H$, we obtain three strongly visible actions $L \curvearrowright G/H, H \curvearrowright G/L, \text{diag}(G) \curvearrowright (G \times G)/H \times L$, and then obtain three multiplicity-free theorems $\text{Ind}_H^G \chi_\lambda|_L, \text{Ind}_L^G \chi_\mu|_H, \text{Ind}_H^G \chi_\lambda \otimes \text{Ind}_L^G \chi_\mu$ (trinity theorem for multiplicity-freeness property). Here, χ_λ, χ_μ are unitary characters of the Levi subgroups H, L .

There are some generalizations the Cartan decomposition. The symmetric case has been studied by M. Flensted–Jensen, B. Hoogenboom and T. Matsuki. For a non-symmetric case, there is Kobayashi's work on type A groups. I dealt with compact simple Lie groups other than type A and obtained a classification

of triples (G, L, H) which admit the decomposition $G = LG^\sigma H$. I also gave an appropriate slice $B \subset G^\sigma$ such that $G = LBH$ holds. I summarized this study as my master thesis.

B. 発表論文

1. Y. TANAKA : “Visible actions on flag varieties and a generalization of the Cartan decomposition”, Master's Thesis in Univ. of Tokyo, 2012.

C. 口頭発表

1. A generalized Cartan decomposition for connected compact Lie groups and its application (ポスター発表), Infinite Analysis 11 ~ Frontier of Integrability ~, Graduate School of Mathematical Sciences, Auditorium, The University of Tokyo, July, 2011.
2. A generalized Cartan decomposition for connected compact Lie groups and its application, Topics in Combinatorial Representation Theory, RIMS, Kyoto University, October, 2011.
3. コンパクトリー群に対する一般化カルタン分解について, 2011 年度表現論シンポジウム, みなべ, November 2011.