

レオンチエフ アレックス (LEONTIEV Alex)  
(学振 DC2)  
(FMSP コース生)

数理科学専攻 博士課程 2 年

### 研究概要

$G$  を Lie 群、 $G'$  を  $G$  の閉部分群とする。さらに、 $(\pi, V)$  と  $(\tau, W)$  を  $G$  と  $G'$  の表現とする。その時、 $V$  から  $W$  へ  $G'$ -線形作用素は対称性破れ作用素と呼ばれる。特に、 $\pi$  が無限次元で、 $G'$  が非コンパクトの時、対称性破れ作用素の空間  $\text{Hom}_{G'}(\pi|_{G'}, \tau)$  を具体的に求めるとい問題はかなり難しい。しかし最近、 $O(n+1, 1) \supset O(n, 1)$  という特別な場合に、すべての対称性の破れ作用素が 2014、2015 年に小林俊行氏と B. Speh 氏によって完全に分類された。これはその問題の完全な答えとして、一番最初である。

私の目的は小林俊行氏と B. Speh 氏によって発展された一般的な手法によって、 $(G, G') = (O(p+1, q), O(p, q))$  の場合の対称性の破れ作用素を研究するということであった。具体的には、2016–2017 学年で以下の問題を考えて、完全に答えた：  
問 1. 与えられた  $(\lambda, \nu) \in \mathbb{C}^2$  に対して、対称性の破れ作用素の空間  $\text{Hom}_{G'}(I(\lambda), J(\nu))$  を具体的に求めよ。特に、この空間の基底を具体的に求めよ。ここで、 $I(\lambda) := C^\infty(G \times_P \mathbb{C}_\lambda)$  と  $J(\nu) := C^\infty(G' \times_{P'} \mathbb{C}_\nu)$  は  $G$  と  $G'$  の退化主系列である。

今年は否定値直交群の対称性破れ作用素を更に研究して、次の結果を得た：

1. 対称性破れ作用素の間の函数等式を得た；
2. singular と微分対称性破れ作用素を regular 対称性破れ作用素の留数として表している留数公式を得た；
3. 対称性破れ作用素の像を計算した；
4. 求退化主系列表現のある部分表現ファミリーの対称性破れ作用素の像を計算した；
5. 求退化主系列表現として出て来る Zuckerman 導来関手加群間の  $G'$ -普遍写像を分類した；

### 発表論文

- (1) O. Leontiev and P. Feketa, “A new criterion for the roughness of exponential dichotomy on  $\mathbb{R}$ ”. *Miskolc Mathematical Notes*, 16(2): 987-994, 2015;

- (2) T. Kobayashi and O. Leontiev. Symmetry breaking operators for the indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ . In *Abstract of the Geometry Session at the MSJ 2016 Autumn Meeting*, pages 101-102. Mathematical Society of Japan, 2016.
- (3) T. Kobayashi and O. Leontiev, “Symmetry breaking operators for representations of indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ ”. *Symposium on Representation Theory 2016*, pp. 39–52;
- (4) T. Kobayashi and A. Leontiev. Symmetry breaking operators for conformal transformation groups  $O(p, q)$ . In *Abstract Book of MSJ Spring Meeting 2017 at Tokyo Metropolitan University*, pages 81-82, 2017.
- (5) T. Kobayashi and A. Leontiev. Symmetry breaking operators for the restriction of representations of indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ . *Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.*, 93(8):86-91, 2017. DOI: 10.3792/pjaa.93.86.

### 学位論文

### 口頭発表

- (1) 2018 年 2 月 20 日, Tokyo-Lyon Conference in Mathematics, Symmetry breaking operators for the restriction of representations of indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ , 東京大学大学院数理科学研究家;
- (2) 2017 年 8 月 4 日, Number Theory Seminar, Symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ , National Taiwan University, Institute of Mathematics;
- (3) 2017 年 8 月 21 日, 2017 年度の実函数論・函数解析学合同シンポジウム, 不定値直交群  $O(p, q)$  の対称性破れ作用素, お茶の水大学、東京;
- (4) 2017 年 3 月 26 日, 日本数学会 2017 年度年会, 共形変換群  $O(p, q)$  に関する対称性破れ作用素, 首都大学、東京;

- (5) 2016 年 11 月 30 日, Symposium on Representation Theory 2016, 不定値直交群  $O(p; q)$  の対称性破れ作用素, Grand Mer Resort, 沖縄;
- (6) 2016 年 11 月 19 日, 日本数学会 異分野・異業種研究交流会 2016, Symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ , 明治大学;
- (7) 2016 年 10 月 7 日, 広島幾何学研究集会 2016, Symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups  $O(p, q)$ , 広島大学;
- (8) 2016 年 9 月 18 日, 日本数学会 2016 年度秋季総合分科会, 関西大学;
- (9) 2016 年 8 月 11 日, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, ”Discrete decomposability of the restriction of  $A_q(\lambda)$  with respect to reductive subgroups and its applications (T. Kobayashi, Invent Math) の紹介, 東京大学 玉原国際セミナーハウス;
- (10) 2016 年 7 月 19 日, 広島大学幾何セミナー, 不定値直交群  $O(p, q)$  の対称性破れ作用素, 広島大学;

#### FMSP の活動への参加

#### 受賞

- (1) 平成 27 年度学生表彰「数理科学研究科長賞」;