

2008年冬学期
数学II 演習問題(文系) 第9回

担当: 小林俊行教授 TA: 及川一誠

問1. 次の行列の逆行列を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

問2. 3個の文字の置換 σ, τ を以下のようにおく. このとき合成 $\sigma\tau$ と $\tau\sigma$ を求めよ. (また, この結果から置換の合成は非可換である(入れ替えたときに同じ結果になるとは限らない)ことを確かめよ.)

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

問3. 4個の文字の置換 σ, τ を以下のようにおく.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

- (1) 合成 $\tau\sigma$ を求めよ.
- (2) σ, τ の符号をそれぞれ求めよ.

問4. (1) 1~4の置換は合計24通りあることを示せ.
(2) このうち符号が+1のものは12通り, -1のものは12通りあることを示せ.

問5. (1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ に対し,

$A^{(ij)} = A$ から i 行目と j 列目を取り去った2次の正方行列

と, その行列式を求めよ.

- (2) A の余因子行列 \tilde{A} を求めよ.
- (3) $A\tilde{A}$ を求めよ.