

2008年冬学期  
数学II 演習問題(文系) 第8回

担当： 小林俊行教授

$n$  次正方行列  $A$  の行列式を以下のように定義する ( $n = 1, 2, 3$ ).

(1)  $n = 1$  の場合

$A = (a)$  の行列式  $\det A$  を  $\det A = a$  によって定義する.

(2)  $n = 2$  の場合

$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}$  の行列式を

$$\det A = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

によって定義する.

(3)  $n = 3$  の場合

$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$  の行列式を

$$\det A = (\vec{a} \times \vec{b}, \vec{c}) = a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 + a_1 b_2 c_3 - a_3 b_2 c_1 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3$$

によって定義する.

問1.  $n$  次正方行列  $A, B$  に対して以下の等式が成立することを示せ ( $n = 1, 2, 3$ ).

$$\det(AB) = (\det A)(\det B)$$

が成り立つことを示せ.

問2. 以下の行列の行列式を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

問3. 以下の行列の逆行列を求めよ.

$$(1) \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (3) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$