

2008 年度冬学期 数学 II (文系)・中間試験
(2008 年 11 月 12 日(水曜日) 1 限 9:05-10:20)
文科 I, II, III 類 1, 2 年 (担当・小林俊行)

持ち込み：不可 解答用紙：1 枚 問題用紙：1 枚 計算用紙：1 枚

- 解答する際は答だけでなく、結論に至るまでの過程も説明すること。
- 自分の答案の中で不明瞭だと感じられる場合、どこが不明瞭かを答案に明記してください。曖昧な議論が断定的に書かれている答案よりもそちらをより評価します。
- 問題は 1 番から 7 番まであります。

1. 講義の中で、わからなかったこと、すぐにはわからなかったが後で考えると理解が深まったこと、新鮮に感じたこと、面白かったこと、などいずれかをひとつ選び、(初学者にもわかるように、自分の言葉でできるだけ明快に)書いてください。

2. $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ x & y & z \end{pmatrix}$ のとき $A^tA, {}^tAA$ を計算せよ。

3. A, B, C をそれぞれ m 行 n 列, n 行 l 列, l 行 k 列の行列とする。このとき $(AB)C = A(BC)$ を証明せよ。

4.

$$y_i = \sum_{j=1}^4 a^{(i-1)(j-1)} x_j \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

を 4 次の正方行列 A を用いて,

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

という形に表せ。

5. 3次正方行列は行基本変形を繰り返すことによって、どのような形に変形できるか?(結果のみ述べること。この解答では論証は書かなくてよい。)
6. a を任意の実数とすると、以下の行列の、行基本変形に関する標準形を求めよ。(a の値によって形が変わる様子を見よ。)

$$\begin{pmatrix} a+1 & 0 & 1 \\ 0 & a-1 & 0 \\ 0 & 0 & a^2-1 \end{pmatrix}$$

7. a, b を定数とする. (x, y, z) に関する連立一次方程式

$$(*) \begin{cases} ax + y + z = b \\ x + ay + z = b \\ x + y + az = b \end{cases}$$

について以下の問に答えよ.

- (1) $(*)$ の解が存在するための必要十分条件を求めよ.
- (2) $(*)$ の解が存在する場合, 解の自由度を求めよ.