

特任助教 (Project Research Associate)

田中 雄一郎 (TANAKA Yuichiro)

#### A. 研究概要

$G$  を実簡約リー群、 $H$  を閉部分群とする。 $G$  の極小放物型部分群が  $G/H$  に開軌道を持つとき、 $H$  を実球部分群という。実簡約リー群に対する非可換調和解析と表現の分規則の理論を背景として、小林俊行氏は整数論サマースクール 1995 において次の予想を提示した。「 $G$  を実簡約リー群、 $H$  を簡約型実球部分群とする。 $G$  のある極大コンパクト部分群  $K$  と可換部分空間  $\mathfrak{a} \subset \mathfrak{k}^\perp$  とが存在して、 $G = K \exp(\mathfrak{a})H$  が成り立つ。」この予想について、 $(G, H)$  が対称対であるときは Flensted-Jensen 氏 (J. Funct. Anal. **30** (1978))、Rossmann 氏 (Canad. J. Math. **31** (1979))、Lassalle 氏 (Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **11** (1978)) によって証明されている。また、エルミート対称空間上の  $S^1$ -束の場合は笹木集夢氏 (Geom. Dedicata **145** (2010), Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci. **91** (2015)) によって、triple spaces の場合には Danielsen, Krötz, Schlichtkrull 三氏 (Geom. Dedicata **174** (2015)) によって証明された。さらに、簡約型と限らない一般の実球部分群  $H$  に対し、ある有限集合  $F, F'$  が存在して  $G = F'KAFH$  が成り立つことが Knop, Krötz, Sayag, Schlichtkrull 四氏によって証明されている (Selecta Math. **21** (2015))。B. 発表論文 4 では、小林氏の予想が一般に正しいことを示した。

A real  $G$ -manifold of a real reductive group  $G$  is real spherical if a minimal parabolic subgroup has an open orbit on it. From the viewpoints of harmonic analysis on homogeneous spaces and branching problems for representations of real reductive groups, T. Kobayashi introduced the following conjecture in the 3rd Summer School on Number Theory 1995. “Let  $G$  be a real reductive algebraic group and  $H$  a real reductive algebraic subgroup. Suppose that  $G/H$  is real spherical. Then there exist a maximal compact subgroup  $K$  of  $G$  with the corresponding Cartan involution  $\theta$  and an abelian subspace  $\mathfrak{a}$  of  $\mathfrak{g}^{-\theta}$  such that  $G = K \exp(\mathfrak{a})H$  holds.” A

Cartan decomposition of the form  $G = KAH$  is known for reductive symmetric pairs  $(G, H)$  by M. Flensted-Jensen (J. Funct. Anal. **30** (1978)), M. Lassalle (Ann. Sci. École Norm. Sup. (4) **11** (1978)) and W. Rossmann (Canad. J. Math. **31** (1979)). In the non-symmetric setting, a Cartan decomposition is given for the circle bundles on the symmetric spaces of non-tube type by A. Sasaki (Geom. Dedicata **145** (2010), Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci. **91** (2015)) and for the triple spaces by T. Danielsen, B. Krötz and H. Schlichtkrull (Geom. Dedicata **174** (2015)). Furthermore, F. Knop, Krötz, E. Sayag and Schlichtkrull (Selecta Math. **21** (2015)) proved that there exist finite subsets  $F$  and  $F'$  of  $G$  such that  $G = F'KAFH$  holds for a general real spherical homogeneous space  $G/H$  ( $H$  can be non-reductive), where  $A$  is a split abelian subgroup of a minimal parabolic subgroup  $P = MAN$  with  $PH$  open in  $G$ . The paper B. 4 below shows that Kobayashi’s conjecture is true in general.

#### B. 発表論文

1. Yuichiro Tanaka, Double coset decomposition for reductive absolutely spherical pairs, preprint.
2. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for Gelfand pairs and induction of spherical functions, preprint.
3. Yuichiro Tanaka, Visible actions of compact Lie groups on complex spherical varieties, accepted for publication in Journal of Differential Geometry.
4. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, accepted for publication in Kyoto Journal of Mathematics.
5. Yuichiro Tanaka, Geometry of multiplicity-free representations of  $SO(N)$  and visible actions, Acta Appl. Math. **142** (2016), 189–205.

### C. 口頭発表

1. Yuichiro Tanaka, A Cartan decomposition for a reductive real spherical homogeneous space, 6th Tunisian-Japanese Conference, Mahdia, Tunisia, December 16, 2019.
2. 田中雄一郎, 複素球多様体への可視的作用とその応用, 日本数学会 2019 年度秋季総合分科会, 金沢大学 角間キャンパス, 2019 年 9 月 18 日.
3. 田中雄一郎, Introduction of symplectic techniques for group actions, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 群馬県, 2019 年 8 月 21 日.
4. 田中雄一郎, 複素球多様体へのコンパクトリー群による可視的作用について, 表現論とその周辺分野の進展, 京都大学数理解析研究所, 2019 年 7 月 10 日.
5. 田中雄一郎, 簡約型実球部分群に対するカルタン分解, 2018 年度表現論ワークショップ, 九州大学伊都キャンパス, 2019 年 3 月 12 日.
6. 田中雄一郎,  $G$  多様体上の固有関数について, Langlands and Harmonic Analysis (第 4 回), ホテルサンバリーアネックス, 大分県, 2019 年 3 月 6 日.
7. 田中雄一郎, Neeb 氏と Miglioli 氏の論文 Multiplicity freeness of unitary representations in sections of holomorphic Hilbert bundles の紹介, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 東京大学玉原国際セミナーハウス, 群馬県, 2018 年 8 月 20 日.
8. 田中雄一郎, A spectral set on a stack, Langlands and Harmonic Analysis (第 3 回), いこいの村富山, 富山県, 2018 年 3 月 15 日.
9. 田中雄一郎, 球等質空間に対する松木分解と球関数の構成, 龍谷表現論セミナー, 龍谷大学経済学部教育・研究センター, 2018 年 2 月 7 日.
10. 田中雄一郎, Visible actions of compact Lie groups on Hamiltonian manifolds, 2017 年度表現論ワークショップ, 県民ふれあい会館, 鳥取県, 2018 年 1 月 6 日.

### D. 講義

1. 数理科学基礎演習 (線型代数): 線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
2. 数学基礎理論演習 (線型代数): 線型代数に関する演習 (教養学部前期課程講義)
3. 微分積分学演習: 微積分に関する演習 (教養学部前期課程講義)
4. 複素解析学補習: 複素解析学に関する小テストの実施 (教養学部前期課程学生)

### F. 対外研究サービス

1. 沼田市中学生のための玉原数学教室, 玉原国際セミナーハウス, 2019 年 10 月 19 日.