

博士課程学生 (Doctoral Course Students)
島本 直弥 (SHIMAMOTO Naoya)
(学振 DC1)

A. 研究概要

旗多様体 G/P の, G の部分群 H による軌道分解については, 表現の分岐則など様々な研究の応用に用いることができ, 以前から研究されてきた.

特に, 簡約群 G の多重旗多様体 $(G \times G \times \cdots \times G)/(P_1 \times P_2 \times \cdots \times P_m)$ の, G の対角作用による軌道分解は, 対応する星形籠の表現の同型類の分類とも関連している. Magyar-Weyman-Zelevinsky は, G を標数 0 の代数閉体上の一般線形群とした時, 軌道が有限個であるならば m は 3 以下であることを証明し, またその場合に起動が有限個になる放物型部分群 (P_1, P_2, \cdots, P_m) の組の分類, そして軌道が有限個になる場合の軌道空間の具体的な記述を与えた.

この分類から漏れる, 軌道が無限個になるケースについて軌道分解のようすを具体的に記述し, 観察するのが本研究の主題である. 昨年度までは, G を A 型簡約群, P_1, P_2, \cdots, P_m を全て最高ウェイトに対応する極大放物型部分群とした時についての表現論の言葉を用いて軌道を記述し, また軌道空間の位相についても考察した.

本年は, 前年度の結果を一般の標数 0 の体に一般化し, さらに籠の表現論の言葉を極力使わずに射影空間の言葉のみを用いて説明できるように, また A 型だけでなく B, C, D 型への応用も期待できるよう体系化し, それらについて研究発表を行った. また, 表現論的な分野については, これらの結果を用い, 多重旗多様体上の H (今でいえば対角部分群) 不変な微分作用素の構成について考察した.

Let G be a reductive group, P be its parabolic subgroup, and H be a subgroup of G . There are some previous researches on the orbit decomposition of the flag variety G/P by the H -action, and these researches are expected to play an important role in various researches, for example in the branching problem of G with respect to H .

Especially, the orbit decomposition of a multiple flag variety $(G \times G \times \cdots \times G)/(P_1 \times P_2 \times \cdots \times P_m)$ by the diagonal action of G is related to the classification of isomorphic classes

of representation of corresponding star shaped quiver. Now, let G be a general linear group on an algebraically closed field with the characteristic 0. Magyar-Weyman-Zelevinsky proved that there are only finitely many orbits only if $m \leq 3$. Furthermore, they gave the classification of tuples (P_1, P_2, \cdots, P_m) of parabolic subgroups where the number of orbits are finite, and they also gave an explicit orbit decomposition for the cases where there are only finitely many orbits.

To describe the orbit decompositions explicitly and to observe them in the cases where the multiple flag varieties have infinitely many orbits, in other words in the cases which do not contained in the classification above, are my main studies. Until last year, I gave an explicit description of orbit decompositions in the case where G is an reductive group of *type A* and P_1, P_2, \cdots, P_m are all maximal parabolic subgroups corresponding to the highest root over an algebraically closed field with the characteristic by using the language of representation theory of quivers. Also, I observed some topological properties of these orbit spaces.

This year, I generalised this result to any field with the characteristic 0, and I systemised this results so that we can describe the orbit decomposition with the language of projective spaces but the representation theory of quivers. This is expected to enable us to describe the orbit decomposition for not only type A but other types, e.g. B, C , and D . Furthermore on representation theory, I considered the construction of H (in our setting, the diagonal subgroup) invariant differential operators on the multiple flag varieties.

B. 発表論文

1. N. Shimamoto: "Description of infinite orbits on multiple flag varieties", Master's thesis in Univ. of Tokyo, 2015, 69 pp.
2. N. Shimamoto: "The orbit decompositions of multiple flag manifolds of $SL(3, \mathbb{C})$ under the diagonal action", to appear in 数理解析研究所講究録 (2015) 「組合せ論的表現論とその周辺」, 京都大学数理解析研究

所, (ed. K. Naoi), 16 pp.

3. N. Shimamoto: "Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A", to appear in 数理解析研究所講究録 (2017) 「表現論とその周辺分野の広がり」, 京都大学数理解析研究所, (ed. N. Abe), 12 pp.

C. 口頭発表

1. The orbit decompositions of multiple flag manifolds of $SL(3, \mathbb{C})$ under the diagonal action, RIMS 研究集会「組合せ論的表現論とその周辺」, 京都大学数理解析研究所, 2015 年 10 月.
2. Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A, 広島大学 トポロジー・幾何セミナー, 広島大学大学院理学研究科, 2017 年 1 月.
3. Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A, RIMS 研究集会「表現論とその周辺分野の広がり」, 京都大学数理解析研究所, 2017 年 6 月.
4. Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A, 龍谷表現論セミナー, 2017 年 10 月.

D. 講義 (学生さんは記入されなくてもよい。)

E. 修士・博士論文 (学生さんは記入されなくてもよい。)

F. 対外研究サービス

G. 受賞

H. 海外からのビジター

連携併任講座