

博士課程学生 (Doctoral Course Students)
レオンチエフ アレックス (LEONTIEV Alex)
(学振 DC2)
(FMSP コース生)

A. 研究概要

G を Lie 群、 G' を G の閉部分群とする。さらに、 (π, V) と (τ, W) を G と G' の表現とする。その時、 V から $W \rightarrow G'$ -線形作用素は対称性破れ作用素と呼ばれる。特に、 π が無限次元で、 G' が非コンパクトの時、対称性破れ作用素の空間 $\text{Hom}_{G'}(\pi|_{G'}, \tau)$ を具体的に求めるとい問題はかなり難しい。しかし最近、 $O(n+1, 1) \supset O(n, 1)$ という特別な場合に、すべての対称性の破れ作用素が 2014、2015 年に小林俊行氏と B. Speh 氏によって完全に分類された。これはその問題の完全な答えとして、一番最初である。

私の目的は小林俊行氏と B. Speh 氏によって発展された一般的な手法によって、 $(G, G') = (O(p+1, q), O(p, q))$ の場合の対称性の破れ作用素を研究するということであった。具体的には、2016–2017 学年で以下の問題を考えて、完全に答えた：
問 1. 与えられた $(\lambda, \nu) \in \mathbb{C}^2$ に対して、対称性の破れ作用素の空間 $\text{Hom}_{G'}(I(\lambda), J(\nu))$ を具体的に求めよ。特に、この空間の基底を具体的に求めよ。ここで、 $I(\lambda) := C^\infty(G \times_P \mathbb{C}_\lambda)$ と $J(\nu) := C^\infty(G' \times_{P'} \mathbb{C}_\nu)$ は G と G' の退化主系列である。

今年は否定値直交群の対称性破れ作用素を更に研究して、次の結果を得た：

1. 対称性破れ作用素の間の函数等式を得た；
2. singular と微分対称性破れ作用素を regular 対称性破れ作用素の留数として表している留数公式を得た；
3. 対称性破れ作用素の像を計算した；
4. 求退化主系列表現のある部分表現ファミリーの対称性破れ作用素の像を計算した；
5. 求退化主系列表現として出て来る Zuckerman 導来関手加群間の G' -普遍写像を分類した；

Let G be a Lie group and G' be its closed subgroup. Moreover, let (π, V) and (τ, W) be representations of G and G' respectively. Then, the G' -intertwining operator from V

to W is called symmetry breaking operator (SBO, for short). In particular, when π is infinitely-dimensional and G' is non-compact, the problem of explicit description of space $\text{Hom}_{G'}(\pi|_{G'}, \tau)$ of symmetry breaking operators becomes highly nontrivial. However, in their recent work T. Kobayashi and B. Speh (2014,2015) were able to obtain the complete classification of SBOs between the principal series in the setting $(G, G') = (O(n+1, 1), O(n, 1))$. To my knowledge, this is the first example of complete description of SBOs. My initial goal was to classify symmetry breaking operators between the degenerate principal series representations for the setting $(G, G') = (O(p+1, q), O(p, q))$. More precisely, the following question was posed and answered during the academic year 2015–2016:

Question 1. For every pair $(\lambda, \nu) \in \mathbb{C}^2$, explicitly describe the space $\text{Hom}_{G'}(I(\lambda), J(\nu))$ of SBOs. In particular, find the explicit basis. Here $I(\lambda) := C^\infty(G \times_P \mathbb{C}_\lambda)$ and $J(\nu) := C^\infty(G' \times_{P'} \mathbb{C}_\nu)$ are the degenerate principal series representations of G and G' respectively. This year I've elaborated on these results, obtaining further results on SBOs in case of $O(p+1, q) \downarrow O(p, q)$ branching. More precisely, the following results were obtained:

1. Functional identities between SBOs were obtained;
2. Residue formulæ exhibiting singular and differential SBOs as residues of the regular family were derived;
3. Images of SBOs were explicitly computed;
4. Images of certain families of submodules of $I(\lambda)$ were explicitly computed;
5. All G' -invariant maps between the Zuckerman modules that appear as submodules/subquotients of spherical degenerate principal series were classified.

B. 発表論文

- (1) O. Leontiev and P. Feketa, “A new criterion for the roughness of exponential di-

chotomy on \mathbb{R} ". *Miskolc Mathematical Notes*, 16(2): 987-994, 2015;

- (2) T. Kobayashi and O. Leontiev. Symmetry breaking operators for the indefinite orthogonal groups $O(p, q)$. In *Abstract of the Geometry Session at the MSJ 2016 Autumn Meeting*, pages 101-102. Mathematical Society of Japan, 2016.
- (3) T. Kobayashi and O. Leontiev, "Symmetry breaking operators for representations of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$ ". *Symposium on Representation Theory 2016*, pp. 39-52;
- (4) T. Kobayashi and A. Leontiev. Symmetry breaking operators for conformal transformation groups $O(p, q)$. In *Abstract Book of MSJ Spring Meeting 2017 at Tokyo Metropolitan University*, pages 81-82, 2017.
- (5) T. Kobayashi and A. Leontiev. Symmetry breaking operators for the restriction of representations of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$. *Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.*, 93(8):86-91, 2017. DOI: 10.3792/pjaa.93.86.

C. 口頭発表

- (1) 2018年2月20日, Tokyo-Lyon Conference in Mathematics, Symmetry breaking operators for the restriction of representations of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$, 東京大学大学院数理科学研究家;
- (2) 2017年8月4日, Number Theory Seminar, Symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$, National Taiwan University, Institute of Mathematics;
- (3) 2017年8月21日, 2017年度の実函数論・函数解析学合同シンポジウム, 不定値直交群 $O(p, q)$ の対称性破れ作用素, お茶の水大学、東京;
- (4) 2017年3月26日, 日本数学会 2017年度年会, 共形変換群 $O(p, q)$ に関する対称性破れ作用素, 首都大学、東京;
- (5) 2016年11月30日, Symposium on Representation Theory 2016, 不定値直交群 $O(p, q)$ の対称性破れ作用素, Grand Mer Resort, 沖縄;
- (6) 2016年11月19日, 日本数学会 異分野・異業種研究交流会 2016, Symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$, 明治大学;
- (7) 2016年10月7日, 広島幾何学研究集会 2016, Symmetry breaking operators of indefinite orthogonal groups $O(p, q)$, 広島大学;
- (8) 2016年9月18日, 日本数学会 2016年度秋季総合分科会, 関西大学;
- (9) 2016年8月11日, Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", "Discrete decomposability of the restriction of $A_q(\lambda)$ with respect to reductive subgroups and its applications (T. Kobayashi, Invent Math) の紹介, 東京大学 玉原国際セミナーハウス;
- (10) 2016年7月19日, 広島大学幾何セミナー, 不定値直交群 $O(p, q)$ の対称性破れ作用素, 広島大学;

D. 講義 (学生さんは記入されなくてもよい。)

E. 修士・博士論文 (学生さんは記入されなくてもよい。)

F. 対外研究サービス

G. 受賞

- (1) 平成 27 年度学生表彰「数理科学研究科長賞」;

H. 海外からのビジター

連携併任講座