

博士課程学生 (Doctoral Course Students)
島本 直弥 (SHIMAMOTO Naoya)
(学振 DC1)

A. 研究概要

旗多様体 G/P の, G の部分群 H による軌道分解については, 表現の分岐則など様々な研究の応用に用いることができ, 以前から研究されてきた. 特に私は, 簡約群 G の多重旗多様体 $(G \times G \times \cdots \times G)/(P_1 \times P_2 \times \cdots \times P_m)$ の, G の対角作用による軌道分解の具体的な記述についての研究を行っている.

$m = 2$ の場合, これは対称空間 $(G \times G)/\text{diag}(G)$ の, 放物型部分群 $P_1 \times P_2$ による軌道分解としても捉えることができ, 上記の研究はこのケースの一般化された設定だともいえる. Magyar-Weyman-Zelevinsky は, G を標数 0 の代数閉体上の一般線形群とした時, 軌道が有限個であるならば m は 3 以下であることを証明し, またその場合に起動が有限個になる放物型部分群 (P_1, P_2, \dots, P_m) の組の分類, そして軌道が有限個になる場合の軌道空間の具体的な記述を与えた.

この分類から漏れる, 軌道が無限個になるケースについて軌道分解のようすを具体的に記述し, 観察するのが本研究の主題である. 昨年度は, P_1, P_2, \dots, P_m をすべてミラボリック部分群とした時について (この時, 軌道が有限個になることと m が 3 以下になることは同値である), $m = 4, 5$ の場合の軌道分解の具体的な記述を与え, さらに軌道空間の閉包関係についても考察した (cf. 論文 1). 本年は昨年の結果を受けつつ, Magyar-Weyman-Zelevinsky の手法も取り入れ, 一般の m について組み合わせ論と射影空間の言葉を用いて軌道を記述し, また軌道空間の位相についても考察した.

Let G be a reductive group, P be its parabolic subgroup, and H be a subgroup of G . There are some previous researches on the orbit decomposition of the flag variety G/P by the H -action, and these researches are expected to play an important role in various researches, for example in the branching problem of G with respect to H . Especially, I study explicit descriptions of the orbit decomposition of a multiple flag variety $(G \times G \times \cdots \times G)/(P_1 \times P_2 \times \cdots \times P_m)$ by the diagonal action of G .

If $m = 2$, this situation is viewed as the orbit decomposition problem of the symmetric space $(G \times G)/\text{diag}(G)$ by the action of a parabolic subgroup $P_1 \times P_2$, and my study can be considered to be a generalisation of this orbit decomposition problem of group case symmetric spaces. Now, let G be a general linear group on an algebraically closed field with the characteristic 0. Magyar-Weyman-Zelevinsky proved that there are only finitely many orbits only if $m \leq 3$. Furthermore, they gave the classification of tuples (P_1, P_2, \dots, P_m) of parabolic subgroups where the number of orbits are finite, and they also gave an explicit orbit decomposition for the cases where there are only finitely many orbits. To describe the orbit decompositions explicitly and to observe them in the cases where the multiple flag varieties have infinitely many orbits, in other words in the cases which do not contained in the classification above, are my main studies. Last year, I gave an explicit description of orbit decompositions in the case where P_1, P_2, \dots, P_m are all mirabolic subgroups (in this case, the finiteness of orbits is equivalent to that $m \leq 3$) and $m = 4, 5$. Furthermore I gave closure relations between orbits (cf. Paper 1). According to this previous study, and adopting the technique of Magyar-Weyman-Zelevinsky, I gave an explicit description of orbit decompositions for general m by using the language of combinatorics and projective spaces this year. Also, I observed some topological properties of these orbit spaces.

B. 発表論文

1. N. Shimamoto: "Description of infinite orbits on multiple flag varieties", Master's thesis in Univ. of Tokyo, 2015, 69 pp.
2. N. Shimamoto: "The orbit decompositions of multiple flag manifolds of $SL(3, \mathbb{C})$ under the diagonal action", to appear in 数理解析研究所講究録 (2015) 「組合せ論的表現論とその周辺」, 京都大学数理解析研究所, (ed. K. Naoi), 16 pp.

C. 口頭発表

1. The orbit decompositions of multiple flag manifolds of $SL(3, \mathbb{C})$ under the diagonal action, RIMS 研究集会「組合せ論的表現論とその周辺」, 京都大学数理解析研究所, 2015 年 10 月.

2. Description of infinite orbits on multiple flag varieties of type A, 広島大学 トポロジー・幾何セミナー, 広島大学大学院理学研究科, 2017 年 1 月.

D. 講義 (学生さんは記入されなくてもよい。)

E. 修士・博士論文 (学生さんは記入されなくてもよい。)

F. 対外研究サービス

G. 受賞

H. 海外からのビジター

連携併任講座