

# Lie Groups and Representation Theory Seminar at the University of Tokyo

## リー群論・表現論セミナー

DATE April 5 (Tue), 2022, 17:30–18:30

PLACE Online

SPEAKER **Junko Inoue** (井上順子) (Tottori University)

TITLE Estimate of the norm of the  $L^p$ -Fourier transform on compact extensions of locally compact groups / 局所コンパクト群のコンパクト拡大における  $L^p$ -Fourier 変換のノルム評価について

ABSTRACT The classical Hausdorff-Young theorem for locally compact abelian groups is generalized by Kunze for unimodular locally compact groups. When the group  $G$  is of type I, the abstract Plancherel theorem gives a decomposition of the regular representation into a direct integral of irreducible representations through the Fourier transform; By the Hausdorff-Young theorem generalized by Kunze, for exponents  $p$  ( $1 < p \leq 2$ ) and  $p' = p/(p-1)$ , the Fourier transform yields a bounded operator  $\mathcal{F}^p : L^p(G) \rightarrow L^{p'}(\widehat{G})$ , where  $L^{p'}(\widehat{G})$  is the  $L^{p'}$  space of measurable fields of the Schatten class operators on the unitary dual  $\widehat{G}$  of  $G$ . Under this setting, we are concerned with the norm  $\|\mathcal{F}^p(G)\|$  of the  $L^p$ -Fourier transform  $\mathcal{F}^p$ .

Let  $G$  be a separable unimodular locally compact group of type I, and  $N$  be a type I, unimodular, closed normal subgroup of  $G$ . Suppose  $G/N$  is compact. Then we show the inequality  $\|\mathcal{F}^p(G)\| \leq \|\mathcal{F}^p(N)\|$  for  $1 < p \leq 2$ . This result is a joint work with Ali Baklouti (J. Fourier Anal. Appl. 26 (2020), Paper No. 26).

局所コンパクト可換群における古典的な Hausdorff-Young 定理は, Kunze によりユニモジュラー局所コンパクト群を対象とする定理に一般化された. 特に群  $G$  が I 型の場合は, abstract Plancherel 定理により正則表現の既約分解が Fourier 変換を介して与えられるが, Kunze により一般化された Hausdorff-Young 定理により, 指数  $p$  ( $1 < p \leq 2$ ),  $p' = p/(p-1)$  に対して Fourier 変換は有界線形写像  $\mathcal{F}^p : L^p(G) \rightarrow L^{p'}(\widehat{G})$  をひきおこす. ここで  $L^{p'}(\widehat{G})$  は  $G$  のユニタリ双対  $\widehat{G}$  上の  $p'$ -Schatten 作用素値可測場が定める  $L^{p'}$  空間である. この設定の下,  $L^p$ -Fourier 変換  $\mathcal{F}^p$  のノルム  $\|\mathcal{F}^p(G)\|$  を求める問題を考える.

$G$  を可分, ユニモジュラー, I 型の局所コンパクト群とし,  $N$  をユニモジュラー, I 型の閉正規部分群で  $G/N$  がコンパクトであるとする. このとき, 任意の指数  $p$  ( $1 < p \leq 2$ ) に対して不等式  $\|\mathcal{F}^p(G)\| \leq \|\mathcal{F}^p(N)\|$  が成り立つという結果についてお話しする. この結果は Ali Baklouti 氏との共同研究による. (J. Fourier Anal. Appl. 26 (2020), Paper No. 26)