

# Lie Groups and Representation Theory Seminar at the University of Tokyo

リー群論・表現論セミナー

(Joint with Tuesday Seminar on Topology)

- DATE June 1 (Tue), 2021, 17:30–18:30
- PLACE Online
- SPEAKER **Masatoshi Kitagawa** (北川 宜稔) (Waseda University)
- TITLE On the discrete decomposability and invariants of representations of real reductive Lie groups
- ABSTRACT 群の既約表現を部分群に制限したときにどのように振る舞うかを記述する問題を分岐則の問題という。既約表現の制限は一般には既約ではなくなり、ユニタリな場合には直積分で記述される既約分解が存在する。この分解は、ユニタリ作用素のスペクトル分解の一般化とみなすことができ、一般には連続的なスペクトルと離散的なスペクトルが現れる。連続的なスペクトルが現れない場合、つまりユニタリ表現の離散的な直和になっている場合、その表現は離散分解するという。離散分解する分岐則は技術的に扱いやすいというだけでなく、大きな群の表現の情報から小さい部分群の表現の情報を取り出しやすい状況になっており、以下のような応用が知られている。保型形式から別の保型形式を作り出す Rankin–Cohen ブラケットという作用素は、離散分解する表現から既約表現への絡作用素として得られることが知られており、近年でも多くの一般化が得られている。また、等質空間の  $L^2$  関数の空間の離散スペクトルを別の等質空間のものから構成するという結果にも用いられている。(T. Kobayashi, J. Funct. Anal. ('98))  
本講演では、実簡約リー群の既約表現の制限の離散分解性について、小林俊行氏が提唱した離散分解性と  $G'$ -許容性の一般論と判定条件 (Invent. math. '94, Annals of Math. '98, Invent. math. '98) を踏まえつつ、最近得られた結果を紹介したい。表現の代数的な不変量である随伴多様体、解析的な不変量である wave front set、表現空間の位相、の三つを用いて離散分解性を記述する。

ABSTRACT A problem to determine the behavior of the restriction of an irreducible group representation to a subgroup is called the branching problem. The restriction of an irreducible representation is not irreducible in general, and if the representation is unitary, the restriction has an irreducible decomposition described by a direct integral. The decomposition can be regarded as a generalization of spectral decomposition of unitary operators, and has continuous spectrum and discrete spectrum in general. If the decomposition has no continuous spectrum, the representation is said to be discretely decomposable. Discretely decomposable branching laws are technically easy to deal with, and in the setting, it is relatively easy to extract information about representations of a small subgroup from that of a large group. The following applications are known. It is known that the operators, called the Rankin–Cohen brackets which make a new automorphic form from a automorphic form, can be obtained as intertwiner from discretely decomposable representations to irreducible representations. Many generalizations of the operators are obtained recently. The discrete decomposability is used to construct discrete spectrum of the space of  $L^2$  functions on homogeneous spaces (T. Kobayashi, J. Funct. Anal. ('98)). In this talk, I will give several criterion about the discrete decomposability and  $G'$ -admissibility based on the general theory and criterion given by T. Kobayashi (Invent. math. '94, Annals of Math. '98, Invent. math. '98). The criterion are written by associated varieties (algebraic invariants), wave front sets (analytic invariants) and topological structure of representations.