

講義題目：等径超曲面論入門とその応用

目標・概要：豊富な例をもつ等径超曲面を学ぶことにより，部分多様体論の基本を身につける．そのガウス写像の像からなるラグランジュ部分多様体の交叉理論を考え，フレアホモロジーを論じる．

等径超曲面族とは，20 世紀初頭のイタリアにおける幾何光学に端を発する，進行波面のつくる超曲面族のことである．古くから解析的にも熱伝導の立場から論じられている．ユークリッド空間と双曲空間では簡単なものしか現れないが，球面では多くの非自明な例が存在し，特に Clifford 環の表現から構成されるものは重要である．

一般リーマン多様体の中でも考えられるが，本講義では球面の等径超曲面族に的をしぼり，その基本性質，既知の分類を述べる．

応用として，等径超曲面のガウス写像の像として得られる複素 2 次超曲面 $Q_n(\mathbb{C})$ のラグランジュ部分多様体について，ラグランジュ交叉のフレアホモロジーに関する最近の結果を紹介する（この部分は火曜のトポロジー・リー群論・表現論合同セミナーでも話します）．

講義概要：

1. 導入
 - (1) 等径超曲面論の歴史と背景
 - (2) 等径関数と等径超曲面の簡単な例
 - (3) Cartan の公式と応用
2. 平行超曲面族
 - (1) 平行超曲面族の型作用素
 - (2) 焦部分多様体の型作用素と Cartan の公式
 - (3) 球面の等径超曲面のガウス写像
3. 球面の等径超曲面
 - (1) Münzner の定理
 - (2) 等径超曲面の位相構造
4. 等質，非等質な等径超曲面
 - (1) Hisang-Lawson の定理，等質超曲面のファイバー束構造
 - (2) Clifford 環の表現と OT-FKM 型等径超曲面の構成
5. 分類と応用
 - (1) 既知の例と分類
 - (2) 等径超曲面のガウス像とラグランジュ部分多様体の交叉理論

成績評価方法：講義中に出す問題を数題解き，レポートとして提出すること．