第２５回高木レクチャー

２０２５年１０月１８日（土）–１９日（日）

東京大学大学院数理科学研究科
NISSAY Lecture Hall（大講義室）

ABSTRACT

Noga Alon:

Graph-Codes: Questions, Results and Methods
（グラフ符号の理論：結果と手法）

The study of Graph-Codes is motivated by questions in Extremal Combinatorics, Additive Number Theory and Coding Theory. The initial guiding fact is that viewing binary vectors as characteristic vectors of edge-sets of graphs transforms the basic combinatorial questions of Coding Theory into intriguing extremal problems about families of graphs. I will discuss some of these questions and describe several results and open problems. The relevant methods combine Combinatorial and Probabilistic tools with techniques from Information Theory, Number Theory and the theory of Combinatorial Designs.

グラフ符号（Graph-Codes）の研究は，極値組合せ論，加法的数論，および符号理論における諸問題から動機づけられている．基本的な発想は，二進ベクトルをグラフの辺集合の特性ベクトルとしてみなすことで，符号理論における基本的な組合せ的問題が，グラフ族に関する興味深い極値問題へと変換されるという事実にある．本講演では，このような問題のいくつかを取り上げ，得られた結果や未解決問題について紹介する．ここで用いられる手法は，組合せ論的・確率論的な道具に加え，情報理論，数論，および組合せデザイン理論の技法を組み合わせたものである．

＊　＊　＊　＊　＊　＊　＊　＊　＊　＊

Fanny Kassel:

Discrete Subgroups of Lie Groups and Proper Actions
（リー群の離散部分群と固有な作用）

Discrete subgroups of Lie groups play a fundamental role in several areas of mathematics. In the case of $\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$, they are well understood and classified by the geometry of the corresponding hyperbolic surfaces. In the case of $\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})$ with $n > 2$, they remain more mysterious, beyond the important class of lattices (i.e. discrete subgroups of finite covolume for the Haar measure). These past twenty years, several interesting classes of discrete subgroups have emerged, which are “thinner” than lattices, more flexible, and with remarkable geometric and dynamical properties. We will give an overview of such developments and present some of these new classes. We will also discuss when discrete subgroups can act properly discontinuously on homogeneous spaces, with an emphasis on the so-called Problem of Compact Quotients, which asks for which homogeneous spaces G/H there exists a discrete subgroup Γ of G such that $\Gamma\backslash G/H$ is a compact manifold.

リー群の離散部分群は，数学のさまざまな分野で基本的な役割を果たしています．
$\mathrm{SL}(2,\mathbb{R})$ の離散部分群は対応する双曲的曲面の幾何によってよく理解され，分類されます．しかし，$\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})$ $(n>2)$ の場合，離散部分群がその格子（すなわち，ハール測度に関して有限共体積をもつ離散部分群）という場合—これは重要な場合ではありますが—を除いては，謎に包まれています．過去 20 年ほどの間に，格子よりも「薄く」，より柔軟で，幾何学的・力学的に顕著な性質をもつ，いくつかの興味深い離散部分群のクラスが登場してきました．本講演では，それらの発展を概観し，これら新しいクラスのいくつかを紹介します．
さらに，離散部分群が等質空間に対して固有不連続に作用する場合について，とりわけ「コンパクト商問題」に焦点を当てて議論します．これは，「等質空間 G/H が与えられたとき，$\Gamma\backslash G/H$ がコンパクト多様体となるような G の離散部分群 Γ が存在するか？」という難問です．

＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊ ＊

W. Hugh Woodin:

Lecture 1: *The* AD$^+$ *Duality Program*
（AD$^+$ 双対性プログラム）
Lecture 2: *The* HOD *Conjecture and the Ultimate-*L *Conjecture*
（HOD 予想と Ultimate-L 予想）

The study of descriptive set theory in the context of determinacy axioms began nearly 60 years ago. The context for this study is now understood to be the Axiom AD$^+$, which is a refinement of the Axiom of Determinacy (AD). The objects of this study are the sets of reals in a natural hierarchy which extends the borel sets.
This has led to what is arguably the main duality program of Set Theory, which is the connection between the sets of reals A for which AD$^+$ holds, and generalizations of L, the inner model of the universe of sets constructed by Gödel.

決定性公理のもとでの記述集合論の研究は約 60 年前に始められた．現在では，決定性公理 AD を洗練させた AD$^+$ のもとでの研究が進められており，ボレル階層を拡張する自然な階層に属する実数の集合を研究対象にしている．
この研究は，AD$^+$ が成り立つ実数の集合とゲーデルの構成可能集合のユニヴァース L の一般化が関連するという，集合論のおそらく最も重要な双対性プログラムにつながっている．

組織委員会
小野 薫・河東泰之・熊谷 隆・小林俊行・斎藤 毅・中島 啓

主　催
一般社団法人日本数学会・東京大学大学院数理科学研究科

協　力
Japanese Journal of Mathematics・日仏数学連携拠点