

第 1 2 回高木レクチャー

平成 2 5 年 5 月 2 5 日 (土) - 2 6 日 (日)
東京大学大学院数理科学研究科
大講義室

自由群から生じる作用素環の分類と剛性

Sorin Popa

(University of California, Los Angeles)

Abstract

ヒグマンは 1939 年に、換れのない順序付け可能な群 Γ について、その群環 $\mathbb{C}\Gamma$ が同型になるのは Γ が同型な時だけであることを示した。しかし $\mathbb{C}\Gamma$ をヒルベルト空間 $\ell^2\Gamma$ に左からの合成積で作用させて作用素の弱位相で閉包を取った場合は、ずっと大きな環 $L(\Gamma)$ が得られ、環 Γ の情報は忘れられがちである。たとえば、コンヌの 1976 年の結果によれば、 $L(\mathbb{Z} \wr \mathbb{Z}^n)$, $n \geq 1$ はすべて同型である。フォン・ノイマン環と呼ばれるこれらの環の研究はマレーとフォン・ノイマンの 1936–1943 年の研究に始まる。彼らの仕事に始まる有名な未解決問題は、 n 個の生成元の自由群から生じるフォン・ノイマン環 $L(\mathbb{F}_n)$ が異なる n について非同型であるか、というものである。この問題自体は現在も未解決であるが、その「群測度空間」版、すなわち自由群の確率測度空間 X への自由な測度保存エルゴード作用から生じる接合積フォン・ノイマン環 $L^\infty(X) \rtimes \mathbb{F}_n$ が $n = 2, 3, \dots$ に対し、作用と無関係に非同型であるか、という問題は最近シュテファン・ヴァースと講演者によって解決された。この結果と、関係する問題について解説する。