ℓ 進層の特性類と分岐について

東京大学数理科学研究科　斎藤　毅

概 要

ℓ 進層に対し、特性類が定義される．特性類は ℓ-進層の暴分岐と結びついている．暴分岐を Galois 被覆で消すことで，特性類を Swan 類で表わせる．また，暴分岐を直積内の対角でブローアップして消すことで，特性類の精密化として，特性サイクルが得られる．これは，分岐群の理論を用いて定義され，$\mathcal{D}$ 加群の超局所解析の類似である．

目 次

1　特性類

この節では，ℓ 進層に対し、特性類を定義し，その基本的な性質を記述する．ℓ 進層の特性類は，名前こそそのように呼ばれていないものの，実質的には [4] で定義されている．詳しくは，[3] で調べられている．

k を標数 $p > 0$ の体とし，X を k 上有限型な分離スキームとする．$\ell \neq p$ を素数とし，$\mathcal{F}$ を X 上の ℓ 進層とする．$a : X \to k$ を構造射とし，$K_X = a^!\mathbb{Q}_\ell$ とおく．$\mathcal{F}$ の特性類

$$C(\mathcal{F}) \in H^0(X, K_X)$$

を下のように定義する．X が k 上スムーズかつ d 次元なら，$H^0(X, K_X) = H^{2d}(X, \mathbb{Q}_\ell(d))$ であり，$C(\mathcal{F})$ は $H^{2d}(X, \mathbb{Q}_\ell(d))$ の元として定義される．

$\mathcal{F}$ の恒等写像 $1 \in Hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ を考える．標準的な同一視

$$Hom(\mathcal{F}, \mathcal{F}) = H^0_X(X \times X, R\mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, Rp_1^!\mathcal{F})) = H^0_X(X \times X, R\mathcal{H}om(p_1^*\mathcal{F}, Rp_2^!\mathcal{F}))$$

と，自然なペアリング $R\mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, Rp_1^!\mathcal{F}) \otimes R\mathcal{H}om(p_1^*\mathcal{F}, Rp_2^!\mathcal{F}) \to K_{X\times X}$ によって定まるカップ積

$$\langle 1, 1\rangle \in H^0_X(X\times X, K_{X\times X})$$

を考える．ここで，X は対角射 $X \to X\times X$ により，$X\times X$ の閉部分スキームと考える．$p_1, p_2 : X\times X \to X$ は，射影を表わす．台つきコホモロジー $H^0_X(X\times X, K_{X\times X})$ は $H^0(X, K_X)$ と標準的に同一視されるので，次のように定義する．

定義 1 (cf. [4]) 特性類

$$C(\mathcal{F}) \in H^0(X, K_X)$$

を，カップ積 $\langle 1, 1\rangle$ として定義する．

スキーム X がスムーズかつ d 次元で，層 $\mathcal{F}$ がスムーズかつ階数 r なら，

$$C(\mathcal{F}) = r\cdot (X, X)_{X\times X} = r\cdot (-1)^d c_d(\Omega^1_{X/k})$$

である．まん中の式は，$X\times X$ の中での対角 X の自己交点積を表わす．c_d は d 次の Chern 類である．

X が固有なら，Lefschetz 跡公式 ([4])

$$\mathrm{Tr}\ C(\mathcal{F}) = \chi(X_{\bar{k}}, \mathcal{F})$$

により，Euler 数 $\chi(X_{\bar{k}}, \mathcal{F}) = \sum_{q=0}^{2\dim X}(-1)^q \dim H^q(X_{\bar{k}}, \mathcal{F})$ が，特性類のトレース射 $\mathrm{Tr} : H^0(X, K_X) \to \mathbb{Q}_\ell$ による像として計算できる．

devissage により，特性類の計算は，スムーズ開部分スキーム $j : U \to X$ 上のスムーズ ℓ 進層 $\mathcal{F}$ に対する，差

$$C(j_!\mathcal{F}) - \mathrm{rank}\ \mathcal{F}\cdot C(j_!\mathbb{Q}_\ell)$$

の計算に帰着される．$\mathcal{F}$ の境界 $X \setminus U$ に沿っての分岐が穏なら，差は 0 である．したがって，問題は暴分岐の扱いである．

暴分岐の寄与は，暴分岐を消し，その消え方をみることによって，調べることができる．暴分岐の消し方には，次の 2 通りがある．

1. 有限 Galois 被覆.
2. 直積内の対角での blow-up

第 1 の方法は，古くからとられているものである．これによれば，特性類を Swan 類と結びつけることができる．第 2 の方法は新しいもので，これにより，特性類を分岐群と結びつけて計算できる．第 2 の方法には，$\mathcal{D}$ 加群の理論における超局所解析との類似がみられる．

2　Swan 類

この節では，ℓ 進層の Swan 類の定義 [7] を紹介し，特性類との関係 [3] を与える．

$j : U \to X$ を開埋め込みとし，$\mathcal{F}$ を U 上のスムーズ ℓ 進層とする．Swan 類 $\mathrm{Sw}\ \mathcal{F} \in CH_0(X \setminus U)_{\mathbb{Q}}$ を，境界に台をもつ 0 輪体類として定義する．

簡単のため，有限エタール Galois 被覆 $V \to U$ で，$\mathcal{F}$ のひきもどしが定数層となるものが存在すると仮定する．M を，$\mathcal{F}$ に対応する Galois 群 G の表現とする．一般の場合の定義には，Brauer 跡を用いる．さらに簡単のため、曲線の場合に考える．高次元では，オルタレイションをとる必要がある．

G の元 $\sigma \neq 1$ をとる．$X \supset U$ と $Y \supset V$ をスムーズなコンパクト化とする．境界の各点 $y \in Y \setminus V$ に対し，(y, y) での $Y \times Y$ のブローアップ $(Y \times Y)' \to Y \times Y$ を，log ブローアップとよぶ．グラフ $\Gamma_\sigma \subset V \times V$ の閉包は，図

のようになる．$\Delta_Y^{\log}$ は，log 対角射 $Y \to (Y \times Y)'$ の像である．右上のようにグラフと log 対角射の像が交わらないとき，σ の分岐は穏であり，左下のようにグラフと log 対角射の像が交わるとき，σ の分岐は暴である．

Swan 指標類 $s_{V/U}(\sigma) \in CH_0(Y \setminus V)$ を，

$$s_{V/U}(\sigma) = \begin{cases} -(\Gamma_\sigma, \Delta_Y^{\log})_{(Y \times Y)'} & \text{if } \sigma \neq 1 \\ -\sum_{\tau \neq \sigma} s_{V/U}(\tau) & \text{if } \sigma = 1 \end{cases}$$

で定める．右辺は，log ブローアップ $(Y \times Y)'$ の中での log 対角 Y との交点積を，Y 上のサイクル類とみたものを表わす．

Swan 類 $\mathrm{Sw}\ \mathcal{F} \in CH_0(X \setminus U)_{\mathbb{Q}}$ は，

$$\mathrm{Sw}\ \mathcal{F} = \frac{1}{|G|} \sum_{\sigma \in G} f_* s_{V/U}(\sigma) \mathrm{Tr}(\sigma : M)$$

で定義される．f_* は，射 $f : Y \to X$ による像を表わす．この Swan 類の定義は，古典的な定義を幾何的に言いかえただけである．

$\mathrm{cl} : CH_0(X \setminus U)_{\mathbb{Q}} \to H^0(X, K_X)$ をサイクル写像とすると，次がなりたつと考えられる．

予想 2

$$C(j_!\mathcal{F}) = \mathrm{rank}\ \mathcal{F} \cdot C(j_!\mathbb{Q}_\ell) - \mathrm{cl}\ \mathrm{Sw}\ \mathcal{F}.$$

この予想は，簡単な技術的仮定のもとで示されている [3]．この仮定は特異点の解消がなりたつかあるいは，U の有限エタール被覆で $\mathcal{F}$ のひきもどしが定数層となるものがあれば，みたされている．

予想の示されている場合より，Grothendieck-Ogg-Shafarevich 公式の高次元化が仮定なしにしたがう．

系 3 [7]

$$\chi_c(U_{\bar{k}}, \mathcal{F}) = \mathrm{rank}\ \mathcal{F} \cdot \chi_c(U_{\bar{k}}, \mathbb{Q}_\ell) - \deg\ \mathrm{Sw}\ \mathcal{F}$$

がなりたつ．

予想の証明の過程で，次の，開多様体に対する Lefschetz 跡公式が示される．記号を変えて，X を k 上の固有スムーズ多様体とし，$U \subset X$ を単純正規因子 D の補開部分多様体とする．Γ を $U \times U$ の閉部分スキームとする．$\tilde{\Gamma} \subset (X \times X)'$ を log ブローアップの中での閉包とし，$(D \times X)'$ と $(X \times D)'$ をそれぞれ $D \times X$ と $X \times D$ の固有変換とする．

定理 4 [7]　$\tilde{\Gamma} \cap (D \times X)' \subset \tilde{\Gamma} \cap (X \times D)'$ と仮定する．このとき，$H^*_c(U_{\bar{k}}, \mathbb{Q}_\ell)$ の自己準同形 Γ^* が定義され，

$$\mathrm{Tr}(\Gamma^* : H^*_c(U_{\bar{k}}, \mathbb{Q}_\ell)) = (\tilde{\Gamma}, \Delta)_{(X \times X)'}$$

がなりたつ．

右辺は log ブローアップ $(X \times X)'$ の中での交点数を表わす．左辺は跡の交代和である．

3　分岐群

剰余体が一般の局所体の絶対 Galois 群の分岐群によるフィルトレイションが，[1], [2] で定義され調べられている．等標数の場合にこれまでにわかっていることを，簡単にまとめておく．分岐群について，いろいろなことを証明するには，リジッド幾何が必要になることが多いが，結果を述べるだけなら，代数幾何のことばで十分なことが多い．

X を k 上のスムーズ多様体とし，D をスムーズな既約因子とする．ξ を D の生成点とし，$S = \mathrm{Spec}\ \widehat{O}_{X,\xi}$ とおき，K を $\widehat{O}_{X,\xi}$ の分数体，$\eta = \mathrm{Spec}\ K$ とする．K は完備離

散付値体であり，$\widehat{O}_{X,\xi}$ はその付値環である．絶対 Galois 群 $G_K = \mathrm{Gal}(K^{\mathrm{sep}}/K)$ の，log 分岐群による減少フィルトレイション $G_K^{r,\log}$，$(r \in \mathbb{Q}, r \geq 0)$ は次の性質をもつ．有理数 $r \geq 0$ に対し，$G_K^{r+,\log} = \overline{\bigcup_{s>r} G_K^{s+,\log}}$ とおく．$G_K^{0,\log}$ は惰性群 I であり，$G_K^{0+,\log}$ は暴惰性群，つまり I の pro-p 惰性群である．

$\mathcal{F}$ を $U = X \setminus D$ 上のスムーズ ℓ 進層とする．$G_K^{0+,\log}$ が pro-p 群なので，G_K の ℓ 進表現 $\mathcal{F}_{\bar{\eta}}$ の直和分解

$$\mathcal{F}_{\bar{\eta}} = \bigoplus_{r \geq 0, r \in \mathbb{Q}} \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)}$$

で，固定部分 $\mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{G_K^{r+,\log}}$ が $\bigoplus_{s \leq r} \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(s)}$ となるものが定まる．さらに，$r > 0$ ならば，各直和成分 $\mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)}$ は，$G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}$ の指標による直和分解

$$\mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)} = \bigoplus_{\chi \in (G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log})^*} \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r,\chi)}$$

をもつ．

以下，簡単のため，$\mathcal{F}_{\bar{\eta}} = \mathcal{F}_{\bar{\eta}}^{(r)}$ とする．たとえば，$\mathcal{F}$ が既約なら，これはなりたつ．条件 $r = 0$ は，$\mathcal{F}_{\bar{\eta}}$ の分岐が穏なことと同値なので，以下 $r > 0$ の場合を考える．log smooth 局所的には，r は整数としてよい．以下 $r > 0$ を正の整数と仮定する．

$X \times_k S$ の閉部分スキーム $D \times_k \xi$ による blow-up から $D \times S$ と $X \times \xi$ の固有変換を除いたものを log 積とよび，$(X \times_k S)^\sim$ で表わす．$S \to (X \times_k S)^\sim$ を log 対角射とする．第 2 射影 $(X \times_k S)^\sim \to S$ に関する閉ファイバーは，対数接束 $TX^{\log} = \mathbf{V}(\Omega^1_{X/k}(\log D)) = \mathrm{Spec}\ S^\bullet(\Omega^1_{X/k}(\log D)) \to X$ の ξ 上のファイバーである．

$D_{w,S}$ を S の因子 $r\xi$ とする．これを log 対角射により，$(X \times_k S)^\sim$ の閉部分スキームとみて，$(X \times_k S)^\sim$ を $D_{w,S}$ で blow-up する．これから，閉ファイバーの固有変換を除いたものを，$(X \times_k S)^{(D_w)}$ で表わす．

第 2 射影 $(X \times_k S)^{(D_w)} \to S$ に関する閉ファイバー Θ_{D_w} は，ひねった対数接束 $TX^{\log}(-rD) = \mathbf{V}(\Omega^1_{X/k}(\log D)(rD)) \to X$ の ξ 上のファイバーである．

定理 5 $r>0$ を正の整数とする．

１．χ を部分商 $G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}$ の指標とする．

（１）指標 χ は，Θ_{D_w} 上の階数 1 の非自明なスムーズ層 $\mathcal{L}_\chi$ を定める．

（２）$\mathcal{L}_\chi$ の Fourier-Deligne 変換は，双対空間 $\Theta^*_{D_w}$ の $\kappa(\xi)$ 上純非分離な 0 でない閉点に台をもつ．

２．第 2 射影 $(X\times_k S)^{(D_w)}\to S$ に関する Θ_{D_w} 上の隣接輪体層 $\psi(pr_1^*\mathcal{F})$ は，標準同形

$$\psi(pr_1^*\mathcal{F})\to\bigoplus_\chi \mathcal{L}_\chi\otimes pr_2^*\psi(\mathcal{F}^{(\chi)})$$

をもつ．

１（１）と 2 は [1] II で示されている．２の同形は次のように，分岐がブローアップで消せることを表わしている．定数変形 $X\times S$ への $\mathcal{F}$ のひきもどし $pr_1^*\mathcal{F}$ を考え，さらにそのブローアップ $(X\times_k S)^{(D_w)}$ へのひきもどしを考える．これの Θ_{D_w} に沿った分岐は隣接輪体層 $\psi(pr_1^*\mathcal{F})$ で測れる．２の同形によれば，これは，$\mathcal{F}$ の階数と等しい階数をもつ．さらにこれの分岐は，K の分離閉包までいけば自明になる．つまり，分岐は，S の定数拡大によって消すことができる．

１（２）は新しい結果であり，Θ_{D_w} 上の階数 1 の層 $\mathcal{L}_\chi$ が，Θ_{D_w} 上の加法的多項式が定める Artin-Schreier 層であるということである．このことから，部分商 $G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log}$ が p 倍で消える Abel 群であり，指標群からの単射

$$\mathrm{Hom}(G_K^{r,\log}/G_K^{r+,\log},\mathbb{F}_p)\to\mathrm{Hom}_{\kappa(\xi)}(m_K^r/m_K^{r+1},\Omega^1_{X/k}(\log D)\otimes\kappa(\xi))\otimes\overline{\kappa(\xi)}\tag{1}$$

が定まることが従う．１（２）の証明は，２の同形を使ってなされる．詳しくは論文を準備中である．

単射 (1) を用いて，Hasse-Arf の定理を，弱めた形で一般化することができる．

系 6 $\mathrm{Sw}_\eta(\mathcal{F})=\sum_r r\dim\mathcal{F}_{\bar\eta}^{(r)}$ と定義すると，$\mathrm{Sw}_\eta(\mathcal{F})\in\mathbb{Z}[\frac{1}{p}]$ である．

定理の証明と同じ考えに基づいて，正標数の局所体の絶対 Galois 群の Abel 商について，加藤氏が定義した分岐群のフィルトレイション [6] と，Abbes-斎藤が定義した log 分岐群のフィルトレイションが一致することが示される [2]．

4　特性サイクル、超局所解析との類似

この節では，適当な仮定のもとに ℓ 進層の特性サイクルが対数余接層上のサイクルとして定義でき，それを使って特性類を表わせることをみる．さらに，$\mathbb{C}$ 上の多様体上の $\mathcal{D}$ 加群の特異台との類似について考える．

X が k 上スムーズとし，$D=\sum_i D_i$ を X の単純正規因子，$U\subset X$ をの補開部分多様体とする．$\mathcal{F}$ を U 上のスムーズ ℓ 進層とする．次の仮定をおく．

各既約成分 D_i に対し，$\mathcal{F}_{\bar\eta_i} = \mathcal{F}^{(r_i)}_{\bar\eta_i}, r_i \in \mathbb{N}$ である．$r_i > 0$ ならば，$G^{r_i,\log}_{\eta_i}/G^{r_i+,\log}_{\eta_i}$ の指標 χ_i で，$\mathcal{F}_{\bar\eta_i} = \mathcal{F}^{(\chi_i)}_{\bar\eta_i}$ をみたすものがある．$D_w = \sum_i r_i D_i$, $D^0_w = \sum_{i,r_i>0} D_i$ とおく．さらに，$O_{D^0_w}$ 加群のいたるところ 0 でない射

(2) $$O_{D^0_w}(-D_w) \to \Omega_{X/k}(\log D)|_{D^0_w}$$

で，各生成点での stalk が，$\mathcal{L}_{\chi_i}$ の Fourier-Deligne 変換の台を与えるものがある．

このとき，次がなりたつ．

定理 7 $d = \dim X$ とすると

$$C(j_!\mathcal{F}) = \mathrm{rank}\mathcal{F} \cdot (-1)^d c_d(\Omega^1_{X/k}(\log D)(D_w)).$$

これは，階数 1 の場合の加藤氏による結果の一般化である．

証明の概略は次のとおりである．$(X \times X)'$ を log ブローアップとし，$X \subset (X \times X)'$ を log 対角とする．$(X \times X)^{(D_w)} \to (X \times X)'$ を、log 対角の中の Swan 因子 D_w でのブローアップとする．ブローアップ $(X \times X)^{(D_w)} \to (X \times X)'$ の例外因子 E は，ひねった対数接束 $T^{\log}_X(-D_w) = \mathbf{V}(\Omega_{X/k}(\log D)(D_w))$ の D^0_w への制限である．$U \times U$ 上の層 $\mathcal{H}$ を $\mathcal{H} = \mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, p_1^*\mathcal{F})$ で定め，$j : U \times U \to (X \times X)^{(D_w)}$ を開埋め込みとする．$j_*\mathcal{H}$ の E への制限は，$\mathcal{L}_\chi$ の直和と同形である．このことを使って，$1 \in H^0_X((X \times X)^{(D_w)}, j_*\mathcal{H}(d)[2d])$ が定義される．さらに，

$$C(j_!\mathcal{F}) = \mathrm{Tr}\ \langle 1, 1\rangle = \mathrm{rank}\ \mathcal{F} \cdot (X, X)_{(X \times X)^{(D_w)}}$$

が示せる．真ん中の式はカップ積であり，右の式は交点積である．$(X, X)_{(X \times X)^{(D_w)}} = (-1)^d c_d(\Omega^1_{X/k}(\log D)(D_w))$ より，定理の式がしたがう．これも，詳しくは論文を準備中である．

定理 7 の仮定のもとで，$\mathcal{F}$ の特性サイクルを，対数余接束 $T^*X^{\log} = \mathbf{V}_X(\Omega_{X/k}(\log D)^*)$ の d 次元サイクルとして，次のように定義することができる．$O_{D^0_w}$ 加群の射 (2) は，D^0_w 上の直線束の対数余接束への閉埋め込み

$$\mathbf{V}_{D^0_w}(O_{D^0_w}(D_w)) \to T^*X^{\log}$$

を定める．

$$Ch(\mathcal{F}) = \mathrm{rank}\ \mathcal{F} \cdot [\mathbf{V}_{D^0_w}(O_{D^0_w}(D_w))]$$

とおくと，定理の式は，

$$C(j_!\mathcal{F}) - \mathrm{rank}\ \mathcal{F} \cdot C(j_!\mathbb{Q}_\ell) = -([Ch(\mathcal{F})], 0)_{T^*X^{\log}}$$

と書き直すことができる．左辺は，ベクトル束 $T^*X^{\log}$ 内での 0 切断との交点積である．特性サイクル $Ch(\mathcal{F})$ は，$\mathcal{H} = \mathcal{H}om(p_2^*\mathcal{F}, p_1^*\mathcal{F})$ の，隣接輪体層をとり，さらにこれに Fourier-Deligne 変換を適用することによって定義されていることに注意しておく．

$\mathbb{C}$ 上の多様体上の倒錯層あるいは $\mathcal{D}_X$ 加群の特性サイクルあるいは特異台との間には，次のような類似がある．$\mathbb{C}$ 上の多様体については，Riemann-Hilbert 対応とよばれる圏の同値

$$(\text{確定特異点型ホロノミー } \mathcal{D}_X \text{ 加群}) \to (\mathbb{C}_X \text{ 加群の倒錯層})$$

がある．倒錯層 $\mathcal{F}$ に対応する $\mathcal{D}_X$ 加群を $\mathcal{M}$ とする．特性サイクル $Ch(\mathcal{F})$ は，$\mathcal{O}_{T^*X} = gr^\bullet(\mathcal{D}_X)$ 加群 $gr^\bullet(\mathcal{M})$ の台 $SS(\mathcal{M})$ として定義される．これは，余接束 T^*X 上のサイクルである．これのコホモロジー類 $[Ch(\mathcal{F})] \in H^{2d}(T^*X, \mathbb{Z}(d)) = H^{2d}(X, \mathbb{Z}(d))$ は，特性類 $C(\mathcal{F})$ を与える．

柏原-Schapira[5] は，特異台 $SS(\mathcal{M}) = Ch(\mathcal{F})$ を，Riemann-Hilbert 対応を使わずに，次のように直接定義した．まず $X \times X$ 上の層の複体 $\mathcal{H} = R\mathcal{H}om(\mathrm{pr}_2^*\mathcal{F}, \mathrm{pr}_1^!\mathcal{F})$ を考える．$X \to X \times X$ の，接束 $X \to TX$ への変形を考え，隣接輪体関手を $\mathcal{H}$ に適用することにより，$\nu hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ が接束 TX 上に定義される．さらに，Fourier-佐藤変換を適用して，$\mu hom(\mathcal{F}, \mathcal{F})$ が T^*X 上に定義される．

Verdier は ℓ 進層について、柏原-Schapira と同様の構成を考えた [8] が，その方法では，暴分岐をとらえることができない．この節の構成は，隣接輪体関手を $\mathcal{H}$ に適用し，さらに，Fourier-Deligne 変換を適用するという点で，柏原-Schapira の構成と著しい類似がみられる．ただし，ℓ 進層の暴分岐に対応する現象は，$\mathcal{D}_X$ 加群の不確定特異点と考えられており，より正確な類似が何であるかは，まだよくわかっていない．

参考文献

[1] A. Abbes, T. Saito, *Ramification of local fields with imperfect residue fields*, Amer. J. of Math. **124** (2002), 879-920; *ibid. II*, Documenta Math., Extra Volume K. Kato (2003), 3-70.

[2] —–, *Analyse micro-locale ℓ-adique en caractéristique $p > 0$: Le cas d'un trait*, (preprint) `math.AG/0602285`

[3] —–, *The characteristic class and ramification of an ℓ-adic étale sheaf*, (preprint) `math.AG/0604121`

[4] A. Grothendieck, rédigé par L. Illusie, *Formule de Lefschetz,* exposé III, SGA 5, Springer LNM **589** (1977) 73-137.

[5] M. Kashiwara, P. Schapira, Sheaves on manifolds, Springer-Verlag (1990).

[6] K. Kato, *Swan conductors for characters of degree one in the imperfect residue field case*, Algebraic K-theory and algebraic number theory (Honolulu, HI, 1987), 101–131, Contemp. Math., 83, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1989.

[7] K. Kato, T. Saito, *Ramification theory for varieties over a perfect field*, (preprint) `math.AG/0402010` to appear in Annales of Math.

[8] J.-L. Verdier, *Spécialisation de faisceaux et monodromie modérée*, dans Analyse et topologie sur les espaces singuliers, Astérisque **101-102** (1981), 333-364.