

## A. 研究概要

次の 2 つについて大きな成果があった。

### 1. 重さスペクトル系列

局所体上の準安定な還元をもつ多様体に対し、Rapoport-Zink により、重さスペクトル系列が定義されていた。倒錯層の理論をもちいて、このスペクトル系列の簡明な構成を与え、それを使って関手性を示した。さらに Chern 類を用いて、代数対応の作用も定義した。これらの性質から、Weil 群の元と代数対応の、1 進コホモロジーへの作用の合成の跡の交代和が 1 によらないことを導いた。このことの応用として、代数体上の多様体の Hasse-Weil L 関数の悪い因子が 1 によらないという古典的な予想を、Kunneth 成分への射影が代数対応で定義されるという Tate 予想の一帰結と重さモノドロミー予想という数論幾何の標準的な予想に帰着させることができた。

2. スムーズな曲線の族の log スムーズな延長  
 $\log$  正則スキーム  $S$  の内部  $U$  上で定義されたスムーズな曲線の族が  $S$  上の  $\log$  スムーズな族に延長されるためには、境界  $S-U$  の各生成点で延長されるという明らかな必要条件がある。台スキーム  $S$  に関する非常に弱い仮定の下で、この条件が十分条件であることを示した。証明には de Jong-Oort, 望月、de Jong-Abramovich らの先行する結果を用いる。この結果には、高次元における、正標数の多様体の特異点解消や、準安定還元への応用がある。

これらの結果は論文としてまとめ、現在投稿中である。この他、剩余体が完全でない局所体の絶対 Galois 群の分岐群のフィルトレイションに関する Abbes 氏との共著論文を完成した。

There are big progresses on the following two subjects.

#### 1. Weight spectral sequences.

For varieties over local fields with semi-stable reduction, weight spectral sequences are defined by Rapoport and Zink. Using generalities on perverse sheaves, I gave an elementary construction and derived functorial properties of the spectral sequences. I also defined actions of algebraic correspondences using Chern classes. The independence of  $l$  of the alternating sum of the traces of the composite of the actions of an element of the Weil group and an alge-

braic correspondence on  $l$ -adic cohomology. As an application, a classical conjecture that the bad Euler factors of the Hasse-Weil L-function of an algebraic variety over a number field is independent of  $l$  is reduced to a consequence of the Tate conjecture that the Kunneth projectors are defined by an algebraic correspondence and the weight-monodromy conjecture.

#### 2. Log smooth extension of a smooth family of curves.

For a smooth family of curves defined over the interior  $U$  of a log regular scheme  $S$  to be extended to  $S$ , it is obviously necessary that it is extended at each generic point of the boundary. Under a very mild assumption on the base scheme  $S$ , I proved that this necessary condition is in fact a sufficient condition. Proof relies on preceding results by de Jong-Oort, Mochizuki and de Jong-Abramovich. The result have applications to the construction of non-singular model in positive characteristic and semi-stable reduction in higher dimension.

Preprints on these results are submitted for publication. I also completed with Ahmed Abbes a joint paper on the filtration by ramification groups of the absolute Galois group of a local field with imperfect residue field.

## B. 発表論文

1. T.Saito *Modular forms and  $p$ -adic Hodge theory*, Inventiones Math. 129 (1997) 607-620.
2. T.Saito *Weight-monodromy conjecture for  $\ell$ -adic representations associated to modular forms, A supplement to the paper [10]*, in B.B.Gordon et al.(eds.), The arithmetic and geometry of algebraic cycles, (2000) 427-431.
3. Q.Liu and T.Saito *Inequality for conductor and differentials of a curve over a local field*, J. of Algebraic Geometry 9 (2000) 409-424.
4. T.Saito *Parity in Bloch's conductor formula in even dimension*, to appear in B.Erez ed. “Théorie de la ramification pour les schémas arithmétiques”, Astérisque.

5. A.Abbes and T.Saito *Ramification of local fields with imperfect residue fields* , to appear in Americal J. of Mathematics.
6. T.Saito *Log smooth extension of family of curves and semi-stable reduction*, to appear in J. of Algebraic Geometry.
7. T.Saito *Weight spectral sequence and independence of  $l$* , submitted.
8. K.Kato and T.Saito *Conductor formula of Bloch*, submitted.
9. T.Saito *Note on Stiefel-Whitney class of  $\ell$ -adic cohomology*, (preprint).
10. T.Saito *Hilbert modular forms and  $p$ -adic Hodge theory*, (preprint).

### C. 口頭発表

1. Modular forms and  $p$ -adic Hodge theory.  
金沢大学. 1997.10, 北海道大学. 1998.1. 名大. 1997.1, 伊豆高原. 1998.1 Conference on Elliptic curves and applications, Johns Hopkins University, USA 1997.3, Universite de Bordeaux 1997.5, Institute de Henri Poincare 1997.6, Arithmetic Algebraic Geometry, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, Germany, 1997.7. Arithmetic and Geometry of Algebraic cycles, CRM, Banff, Canada, 1998.6. Galois representations in arithmetic geometry, Crete, Greece, 1998.7. ICM-98 Satellite conference, Algebraic Geometry, Essen, Germany, 1998.8, Université de Paris VI, 1999.3, Université de Paris Nord, 1999.3, Université de Paris-Sud, 1999.3, Uni. Köln, 1999.11.
2. 数論幾何におけるガロワ表現, 日本数学会総合分科会, 大阪大学, 1998.9.
3. Parity in conductor formula of Bloch, Ramification theory in higher dimension. Luminy, France, 1999.4 名大, 1999.5
4. Conductor formula of Bloch, log 總幾何学研究集会 東大, 1999.8, 東工大, 1999.8, International conference on Arithmetic Algebraic Geometry, Venice, Italy, 1999.9, Algebraic K-theory, Oberwolfach, Germany, 1999.9 Max-Planck-Institut für Math., 1999.10 Cambridge Univ., 1999.11 Uni. Essen, 1999.12 Uni. Regensburg, 1999.12
- Université de Paris Nord, 1999.12, Université de Paris-Sud, 1999.12, Université de Bordeaux I, 1999.12, Uni. Augsburg, 2000.1, Uni. Münster, 2000.1. 九大, 2000.5, Log geometry 国際研究集会 安曇野, 2000.7, Japan-America math. Inst.(Johns Hopkins 大) 2001.3, Ecole normale Sup. 2001.6.
5. Weight spectral sequences and independence of  $l$ , 代数学コロキウム 東大, 2001.10, Conference on arithmetic geometry, KIAS, 2001.10, 早稲田, 2002.3.
6. Semi-stable reduction of surfaces, Cambridge 大 2001.5, Paris 北大 2001.5, Paris 南大 2001.6
7. Ramification of local fields with imperfect residue fields, 北海道大学. 2001.1 Arithmetic Geometry and Iwasawa theory, 東大 2001.4 , Algebraic Number theory, Oberwolfach 研究所, 2001.6,
8. Stiefel-Whitney class of  $l$ -adic cohomology, Bordeaux 大, 2001.6, Paris 北大, 1999.4, Essen 大, 1999.11, 代数的整数論とその周辺, 京大数理研, 1998.12.
9. 分岐群のフィルトレイション(1進の場合), Work shop:  $p$  進表現と  $p$  進微分方程式, 名大, 2001.12.
10. 数論幾何における Galois 表現, 日本数学会年会, 慶應大, 2001.3.

### D. 講義

1. 代数学 II・代数学特別演習 II : 環と加群の理論入門, 単因子論、ネーター環、半単純環などを扱った.(3年生むけ講義)
2. 数学 III : 微積分の続き (教養学部前期課程講義)
3. 数学 IV : 線型代数の続き (教養学部前期課程講義)

### E. 修士・博士論文

1. (課程博士) 小林 真一 (KOBAYASHI Shinichi): Iwasawa theory for elliptic curves at supersingular primes.
2. (修士) 新井 啓介 (ARAI Keisuke): Nearly ordinary representations and  $p$ -adic Hodge theory.

F. 対外研究サービス

1. Journal of the Institute of Mathematics of  
Jussieu, エディター
2. Journal de théorie des nombres de Bor-  
deaux, エディター
3. 日本数学会編「数学辞典」, 「整数論」専門  
編集員

G. 受賞

日本数学会賞春季賞 2001.3, 代数学賞 (日本数学  
会) 1998.9